

ସ୍ତୁ students ାଗତ ଛାତ୍ରମାନଙ୍କୁ ଆଜିର ବକ୍ତୃତା କାର୍ତ୍ତବ୍ୟ ଆନ୍ ଉପାଦ ଆରମ୍ଭ କରିବା ପୂର୍ବରୁ କାର୍ତ୍ତବ୍ୟ ଆନ୍ ଉପାଦ ଉପରେ ରହିବ, କିଛି ଉଦାହରଣ କରିବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କରିବା ଏବଂ ଅର୍ଥର ହୋଇଥିବା ଯୋଡ଼ିର ଧାରଣାର ମହତ୍ତ୍ୱ ବୁ understand ୱାକୁ ଚେଷ୍ଟା କରିବା, ଆଗକୁ ବ before ୱା ପୂର୍ବରୁ କିଛି ଉଦାହରଣ ଦେବା ପାଇଁ ଆମର ବର୍ତ୍ତମାନ ଏକ ସେଟ୍ ଅଛି । ତିନୋଟି ବ୍ୟାଗକୁ ଏହାକୁ  $xy$  ଏବଂ  $z$  ନାମରେ ନାମିତ କରିବା, ଯାହାର ଅର୍ଥ ହେଉଛି  $x$  ହେଉଛି ଏକ ବ୍ୟାଗ  $y$  ହେଉଛି ଏକ ବ୍ୟାଗ ଏବଂ ତାହା ହେଉଛି ଏକ ବ୍ୟାଗ ଅବଶ୍ୟ ପ୍ରତ୍ୟେକ ବ୍ୟାଗରେ ଅନେକ ବଲ୍ ରହିପାରେ କିନ୍ତୁ ଆସନ୍ତୁ ସୀମିତ ରଖିବା ଯେ ଏକ ବ୍ୟାଗ କେବଳ ଗୋଟିଏ ବଲ୍ ଧାରଣ କରିପାରିବ । ଏବଂ ଆପଣ ଏଥିରେ କେବଳ ଗୋଟିଏ ବଲ୍ ରଖିପାରିବେ

ତେଣୁ  $b$  କୁ ନୀଳ କିମ୍ବା ନାଲି ରଙ୍ଗ ସହିତ ସମସ୍ତ ବଲ୍ ସେଟ୍ କୁ ସୂଚିତ କରିବାକୁ ଦିଅନ୍ତୁ  
ତେଣୁ ପ୍ରଥମ ସେଟ୍ ଠିକ୍ ତିନୋଟି ବ୍ୟାଗ ଧାରଣ କରେ ଯାହାକୁ ଆମେ  $xy$  ଏବଂ  $z$  ଭାବରେ ନାମିତ କରିଛୁ ଆମ ପାଖରେ ବଲ୍ ଗୁଡ଼ିକର ଅନ୍ୟ ଏକ ସେଟ୍ ଅଛି କିନ୍ତୁ ଆମର ଆଗ୍ରହ ମିଥ୍ୟା । କେବଳ ବଲ୍ ରଙ୍ଗରେ ବଲ୍ ର ରଙ୍ଗଗୁଡ଼ିକ ଠିକ୍ ନୀଳ ଏବଂ ଲାଲ ରଙ୍ଗର ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକାର ସମ୍ଭାବନା ଯାହା ମାଧ୍ୟମରେ ଆପଣ ସେହି ବ୍ୟାଗଗୁଡ଼ିକୁ ପୂରଣ କରିପାରିବେ ଆପଣ ବ୍ୟାଗ  $x$  କୁ ନୀଳ ରଙ୍ଗର ବଲ୍ରେ ଭରି ପାରିବେ କିମ୍ବା ଆପଣ ବ୍ୟାଗ  $x$  ସହିତ ଭରି ପାରିବେ । ଏକ ଲାଲ ରଙ୍ଗର ବଲ୍ କାରଣ ଆମେ ଜାଣୁ ଯେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ବ୍ୟାଗରେ କେବଳ ଗୋଟିଏ ବଲ୍ ରହିପାରେ ଦ୍ୱିତୀୟ ସମାନ ଭାବରେ  $y$  ବ୍ୟାଗ  $y$  ତୁମେ ଏହାକୁ ଏକ ନୀଳ ରଙ୍ଗର ବଲ୍ରେ କିମ୍ବା  $y$  ରେଡ୍ ରଙ୍ଗର ବଲ୍ରେ ପୂର୍ଣ୍ଣ କରିପାରିବ ତୁମର  $z$  ରଙ୍ଗ ବ୍ୟାଗ  $z$  ନାମକ ବ୍ୟାଗ ଅଛି ଯେଉଁଥିରେ ତୁମେ ନୀଳ ବଲ୍ ରଖିପାରିବ । କିମ୍ବା  $z$  ଏକ ଲାଲ୍ ବଲ୍ ସହିତ ଯାହା ଆମର ବର୍ତ୍ତମାନ ଅଛି ଯାହା ଏଠାରେ ଅଛି ତାହା ହେଉଛି ଯେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ରଙ୍ଗରେ ଆମେ ଏକ ବ୍ୟାଗ ଯୋଡ଼ିଛୁ ଏବଂ ପ୍ରତ୍ୟେକ ବ୍ୟାଗରେ ଆମେ ବଲ୍ ର ରଙ୍ଗ ଯୋଡ଼ିଛୁ ତେଣୁ ଆସନ୍ତୁ ସେସବୁ ଲେଖିବା । ଜିନିଷଗୁଡ଼ିକ ଯୋଡ଼ି ଭାବରେ ପ୍ରଥମଟି କହୁଛି ତୁମେ ବ୍ୟାଗ  $x$  କୁ ବାଛିଛ ଏବଂ ତୁମେ ଏହା ଭିତରେ ନୀଳ ବଲ୍ ରଖିବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କରୁଛି ଦ୍ୱିତୀୟଟି କହୁଛି ତୁମର ବ୍ୟାଗ  $x$  ଅଛି ଏବଂ ଲାଲ୍ ବଲ୍ ସେଠାରେ ତୃତୀୟଟି ବ୍ୟାଗ  $y$  ନୀଳ ରଙ୍ଗର ବଲ୍ ସହିତ ଅଛି । ଚତୁର୍ଥ ଗୋଟିଏ ବ୍ୟାଗ  $y$  ଏକ ଲାଲ ରଙ୍ଗର ବଲ୍ ସହିତ ପଞ୍ଚମ ଗୋଟିଏ ନୀଳ ରଙ୍ଗର ବଲ୍ ସହିତ ପଞ୍ଚ  $z$  ଏବଂ ଶେଷରେ ଏକ ଲାଲ ରଙ୍ଗର ବଲ୍ ସହିତ ପଞ୍ଚ ମୁଣ୍ଡକୁ ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ଭାବରେ ଆମର six ଟି ସମ୍ଭାବନା ଅଛି

ତେଣୁ ଆମେ ଏହାକୁ ଯେକ  $any$  ଶସି ଭାବରେ ଏହାକୁ ଆନୁଷ୍ଠାନିକ ଭାବରେ ଲେଖିବା । ଏବଂ  $b$  ରେ  $b$  ଆମେ ଏକ ଯୋଡ଼ି ପାଇଲୁ  
ତେଣୁ ଆମେ ଏକ ଯୋଡ଼ି ପାଇଲୁ ଏକ କମା  $b$  ଭଲ ଭାବରେ ସେକନ୍ଦ୍ କୁ ଯିବା ।  $d$  ଉଦାହରଣ ଯାହାକୁ ମୁଁ ଏହାକୁ ଯାନ ଭାବରେ କହିବି ଏବଂ ସେମାନଙ୍କର ନାମ ସ୍ପେଟ୍ ଠିକ୍ କିଛି ରାଜ୍ୟର ସେଟ୍ ର ଏକ ସେଟ୍ କୁ ସୂଚିତ କରିବାକୁ ଦିଅ, ମୋତେ ଏହାକୁ ଦିଲ୍ଲୀ ମଧ୍ୟପ୍ରଦେଶ ଉତ୍ତରପ୍ରଦେଶ ଏବଂ ଆନ୍ଧ୍ରପ୍ରଦେଶର ତାମିଲନାଡୁ ବୋଲି କହିବାକୁ ଦିଅ । ଅନ୍ୟ ପଟେ ମୋତେ ସେଟ୍  $b$  କୁ ଦିଅନ୍ତୁ, ଯେହେତୁ ଶୂନ୍ୟ ସଂଖ୍ୟା ଶୂନ୍ୟ ଦୁଇରୁ ଶୂନ୍ୟ ନଅ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଆମ ପାଖରେ ଯାହା ଅଛି, ଆହା ଆମର ଦୁଇଟି ସେଟ୍ ଅଛି ଏବଂ  $b$  ପ୍ରଥମ ସେଟ୍ ଚାରୋଟି ପାଞ୍ଚଟି ରାଜ୍ୟକୁ ନେଇ ଗଠିତ ଏବଂ ସେଟ୍  $b$  ରେ ନଅ ସଂଖ୍ୟା ଧାରଣ କରିଥିବା ସେଟ୍ ଅଛି । ମୁଁ ଏକ ଗାଡ଼ି ପାଇଁ ଏକ ନାମ ସ୍ପେଟ୍ କିମ୍ବା ଏକ ନମ୍ବର ସ୍ପେଟ୍ ଗଠନ କରିବାକୁ ଚାହୁଁଥିଲି ଧାରାଯାଉ ସେହି ବ୍ୟକ୍ତି ମଧ୍ୟପ୍ରଦେଶର ସେହି ସମ୍ଭାବନା  $k$  ଶ

ତେଣୁ ଜଣେ ବ୍ୟକ୍ତିଙ୍କ ସମ୍ଭାବନା ଆମ ନାମ ସ୍ପେଟ୍ରେ ଜଣେ ବ୍ୟକ୍ତି ଆସିବା ପାଇଁ ଏକ ନାମ ସ୍ପେଟ୍ରେ ସମ୍ଭାବନା ।  $mp$  କହିବା ଭଲ, ଆସନ୍ତୁ ଏହାକୁ  $mp$  ଶୂନ୍ୟ ତିନୋଟି ଭାବରେ ରଖିବା ଏହା ହେଉଛି ଏକ ସମ୍ଭାବନା ମଧ୍ୟରୁ ଗୋଟିଏ ଏହା ସାଧାରଣ କଥା ନୁହେଁ ଯାହାକୁ ଆମେ ଦିନକୁ ଦିନ ଦେଖୁ କିନ୍ତୁ ଏହା ହେଉଛି ଏକ ସମ୍ଭାବନା ଯାହା ଆମ ପାଖରେ ବାସ୍ତବରେ ତାହା  $k$  ଶ । ରାଜଧାନୀରେ ଆନା ଏବଂ ଛୋଟ  $b$  ଦିଆଯାଇଥିବା ଘରୁଛି । ମୁଗଳ ଏକ କମା  $b$  ତାହାଣ ମୁଗଳ ଏକ କମା  $b$  ଆପଣଙ୍କୁ କହିଥାଏ ପ୍ରଥମଟି ଆପଣଙ୍କୁ କହିଥାଏ ଯେଉଁଠାରେ ଯାନଟି ତାହାଣ ମୁଗଳ ସହିତ ଏକ କମା  $bc$  ଅଟେ ନିମ୍ନଲିଖିତଟି ହେଉଛି ରାଜ୍ୟ  $b$  ଗାଡ଼ିର ସଂଖ୍ୟାକୁ ସୂଚିତ କରେ ତେଣୁ ଶେଷ ଦୁଇଟିରେ । ଉଦାହରଣଗୁଡ଼ିକ ଆମେ ଦେଖୁଲୁ ଯେ ଏପରି ପରିସ୍ଥିତି ଅଛି ଯାହା ଏକ କମା  $b$  କୁ ଯୋଡ଼ିଥାଏ । ଏକ ଅର୍ଡର ହୋଇଥିବା ମୁଗଳ ଏକ ମୁଗଳ କମା  $b$  ଏହି ଯୋଡ଼ିକୁ ମୁଁ ଏହାକୁ ଏକ ଅର୍ଡର ହୋଇଥିବା ପ୍ୟାକ୍ ଭାବରେ ଡାକିବି, ଆସନ୍ତୁ ଆଉ ଏକ ଉଦାହରଣ ଦେଖିବା ଆସନ୍ତୁ ସେହି ସମସ୍ତ ଉପାଦାନଗୁଡ଼ିକରେ  $x$  କମା  $y$  କୁ ଦେଖିବା ଯେପରି  $x$  ଏବଂ  $y$   $x$  ଅଟେ । କମା  $y$  କିମ୍ବା ରିଅଲ୍ ନମ୍ବର ଏବଂ  $x$  ସ୍କାଲର୍ ସ୍କାଲର୍  $y$  ସ୍କାଲର୍ ଏକ ସହିତ ସମାନ, ଏହା ସ୍ପଷ୍ଟ ଯେ ଏହି ସେଟ୍ ଏକ ବୃତ୍ତକୁ ପ୍ରତିପାଦିତ କରେ ଆମେ କେବଳ ଏକ ସେଟ୍ ରୂପରେ ଏକ ବୃତ୍ତ ଲେଖିବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କରୁଛୁ

ତେଣୁ ଏହି ସେଟ୍ ଉପାଦାନଗୁଡ଼ିକର ଉପାଦାନଗୁଡ଼ିକ । ଏହି ସେଟ୍ ହେଉଛି ଏକ ବୃତ୍ତର ଉପାଦାନ କିମ୍ବା ବୃତ୍ତ ଉପରେ ପଡ଼ିଥିବା ସେହି ପଦ୍ମଗୁଡ଼ିକ କ୍ରମ ପାଇଁ ଉଦାହରଣ । ଏଡ଼ ପାସ୍ ବର୍ତ୍ତମାନ କହି ସାରିଛି ଏହି ଅର୍ଡର ଯୋଡ଼ି ଆମକୁ ଆଗକୁ ବ and ୱା ଏବଂ ତା' ପରେ ଦୁଇଟି ସେଟ୍ ର କାର୍ତ୍ତବ୍ୟ ଆନ୍ ଉପାଦ ଭାବରେ ଜଣାଶୁଣା ଧାରଣାକୁ ବ୍ୟାଖ୍ୟା କରିବା

ତେଣୁ ମୋତେ କେବଳ ସଂଖ୍ୟା ଲେଖିବା, ଆସନ୍ତୁ ସଂଖ୍ୟା ସହିତ ଆରମ୍ଭ କରିବା ଏବଂ  $a$  ଏବଂ  $b$  ଯେକ two ଶସି ଦୁଇଟି ସେଟ୍ ହେବା ।  $a$  ଏବଂ  $b$  ର କାର୍ତ୍ତବ୍ୟ ଆନ୍ ଉପାଦକୁ ଏକ କ୍ରମ୍  $b$  କୁ ସୂଚିତ କରାଯାଇଛି ଯେପରି ଏହା ପୁନର୍ବାର ଏକ କ୍ରମ୍  $b$  ଅଟେ ଯାହା ସମସ୍ତ ଅର୍ଡର ହୋଇଥିବା ଯୋଡ଼ିର ସେଟ୍ ସହିତ ସମାନ ଅଟେ ଏବଂ କ୍ୟାପିଟାଲ୍  $b$  ରେ  $a$  ଏବଂ  $b$  ସହିତ କମା  $b$  ସହିତ ଏହି କାର୍ତ୍ତବ୍ୟ ଆନ୍ ଉପାଦଟି ସମସ୍ତ ଅର୍ଡର ଧାରଣ କରିଥାଏ । ସେତରୁ ଆସୁଥିବା ପ୍ରଥମ ଉପାଦାନ ସହିତ ଯୋଡ଼ି ଏବଂ ସେତରୁ ଆସୁଥିବା ଦ୍ୱିତୀୟ ଉପାଦାନ ସହିତ ମୁଗଳ,

ତେଣୁ ଯେଉଁ ଉଦାହରଣଗୁଡ଼ିକ ଆମର ପ୍ରାରମ୍ଭରେ ଥିଲା  
ତେଣୁ ଆମର ଉଦାହରଣଗୁଡ଼ିକ ପ୍ରଥମ ଉଦାହରଣ ଅଟେ, ପ୍ରକୃତରେ କାର୍ତ୍ତବ୍ୟ ଆନ୍ ଉପାଦ ପାଇଁ ଏକ ଉଦାହରଣ । ଆମର ସେଟ୍ ଏକ ତିନୋଟି ବାଲ୍ ନାମ ଭାବରେ  $xy$  ଏବଂ  $z$  ନାମକ ତିନୋଟି ବ୍ୟାଗ୍ ନାମ ଏବଂ ନାଲି ଭଳି ସେଟ୍ ହୋଇପାରେ

ତେଣୁ ଏକ କ୍ରମ୍  $b$  ସମସ୍ତ ସମ୍ଭାବନାକୁ ନେଇ ଗଠିତ, ଯାହାର ଅର୍ଥ ହେଉଛି କେଉଁ ବଲ୍ କେଉଁ ରଙ୍ଗର ବଲ୍ ଆମେ ଯାଉଛୁ । ବ୍ୟାଗ୍ ଭିତରେ  $x$  କିମ୍ବା  $y$  କିମ୍ବା  $z$  ରଖନ୍ତୁ । ଟୋପି ହେଉଛି ଏହା ବର୍ତ୍ତମାନ ଯାହା କହୁଛି ଆସନ୍ତୁ ଦ୍ୱିତୀୟ ଉଦାହରଣକୁ ଦେଖିବା ଦ୍ୱିତୀୟ ଉଦାହରଣ ଏହା ଏକ ଯାନର ନାମ ସ୍ପେଟ୍ ଭାବରେ ଜଣାଶୁଣା ବିଷୟରେ ଏହା କହିଥାଏ

ତେଣୁ ପୁନର୍ବାର ଏହା ଏକ ଉଦାହରଣ ଏହି ଉଦାହରଣ ହେଉଛି ଦ୍ୱିତୀୟ ଉଦାହରଣ ବର୍ତ୍ତମାନ କାର୍ତ୍ତବ୍ୟ ଆନ୍ ଉପାଦ ପାଇଁ ଏକ ଉଦାହରଣ । ଚାଲନ୍ତୁ ତୃତୀୟ ଉଦାହରଣକୁ ଦେଖିବା ଯାହା ସେଟ୍ ସର୍କଲର ସେଟ୍ ଅଟେ ଏକ ସେଟ୍ ସେଟ୍ ଭଲ ଭାବରେ ଆସନ୍ତୁ ଏହାକୁ ଏହିପରି ଲେଖିବା ଯେପରି ଅର୍ଡର ହୋଇଥିବା ଯୋଡ଼ି  $x$  କମା  $y$  ଯେପରି  $x$  ଏବଂ  $y$  ପ୍ରକୃତ ସଂଖ୍ୟା ଏବଂ  $x$  ବର୍ଗ ସ୍କାଲର୍  $y$  ସ୍କାଲର୍ ସହିତ ସମାନ । ପ୍ରଥମ ଜିନିଷ ଯାହା ଆମକୁ ଦେଖିବାକୁ ପଡ଼ିବ ତାହା ହେଉଛି ଏହି ସେଟ୍ ଭଲ ଭାବରେ ଆମେ ଜାଣୁ ଯେ ଏହା ହେଉଛି ଏକ ବୃତ୍ତ, ଏହା ହେଉଛି ଶେଷ ପ୍ରାକାଶରେ ଆମେ ଯାହା ଦେଖୁଲୁ ଏହି ସେଟ୍ ଦୁଇଟି ସେଟ୍ ର କାର୍ତ୍ତବ୍ୟ ଆନ୍ ଉପାଦ ନୁହେଁ ଏହି ସେଟ୍ ଦୁଇଟି ସେଟ୍ ର କାର୍ତ୍ତବ୍ୟ ଆନ୍ ଉପାଦ ନୁହେଁ । ଏହା ହେଉଛି ଏକ ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣ ମଧ୍ୟରୁ ଗୋଟିଏ, ତେବେ କାହିଁକି ଏହି ସେଟ୍ ଦୁଇଟି ସେଟ୍ ର କାର୍ତ୍ତବ୍ୟ ଆନ୍ ଉପାଦ ନୁହେଁ, ଆସନ୍ତୁ କିଛି ଦେଖିବା । ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ 0 କମା 1 ଏହା ସର୍କଲରେ ଅଛି ସମାନ ଭାବରେ ଗୋଟିଏ କମା ଶୂନ୍ୟ ମଧ୍ୟ ବୃତ୍ତରେ ଅଛି ସର୍କଲରେ ଆମର ଶୂନ୍ୟ କମା ଏବଂ ସିର ଉପରେ ଗୋଟିଏ କମା ଶୂନ୍ୟ ଅଛି । କି ଯାହାର ଅର୍ଥ ଏହା ଆମକୁ  $k$  ଶ କହିଥାଏ

ତେଣୁ ଧାରାଯାଉ ମୁଁ ସେଟ୍ ଲେଖିବି ମୋତେ ସେଟ୍ କୁ କଲ୍ କରିବାକୁ ଦିଅ, ଯେହେତୁ ଏହାକୁ ଧାରାଯାଉ ଯେହେତୁ ଏହା ଏକ କ୍ରମ୍  $b$  ର ଫର୍ମ ଅଟେ କାରଣ ଶୂନ୍ୟ କମା ଏକ କ୍ରମ୍  $b$  ର ଅଟେ ଯାହା ସୂଚିତ କରେ । 1 ସମାନ ଭାବରେ  $b$  ର ଅଟେ 1 ମୁଗଳ 1 କମା 0 ଏକ କ୍ରମ୍  $b$  ର ଅଟେ ଯାହା ସୂଚିତ କରେ ଯେ 1 ଟି ଏକ ଅଟେ ଯେତେବେଳେ ମୁଗଳ ଗୋଟିଏ କମା ଗୋଟିଏ  $s$  ର ନୁହେଁ କାରଣ ଏହା କାହିଁକି ଏକ ବର୍ଗ ସ୍କାଲର୍ ଏବଂ ଗୋଟିଏ ବର୍ଗ ଯାହା ବାସ୍ତବରେ ଦୁଇଟି ନୁହେଁ । ଗୋଟିଏ ସହିତ ସମାନ

ତେଣୁ ଗୋଟିଏ କମା ଗୋଟିଏ  $s$  ର ନୁହେଁ  
ତେଣୁ  $s$  ହେଉଛି ସମସ୍ତ ମୁଗଳର ସେଟ୍ ଯାହା ବୃତ୍ତ ଉପରେ ପଡ଼ିଥାଏ ଦୁଇଟି ସେଟ୍ ର କାର୍ତ୍ତବ୍ୟ ଆନ୍ ଉପାଦ ନୁହେଁ ସମସ୍ତ ଉଦାହରଣ ଏହି ଉଦାହରଣ ଆମକୁ ସତ୍ୟ ପ୍ରଦାନ କରେ ଯେ ସମସ୍ତ ସେଟ୍ ଲେଖାଯାଇପାରିବ ନାହିଁ । ଏକ କାର୍ତ୍ତବ୍ୟ ଆନ୍ ଉପାଦ ଭାବରେ ଯଦିଓ ଏକ ସେଟ୍ ମୁଗଳ ଅର୍ଡର କରିପାରେ ଯାହାର ଅର୍ଥ ନୁହେଁ ଯେ ଏହା ଦୁଇଟି ସେଟ୍ ର ଏକ କାର୍ତ୍ତବ୍ୟ ଆନ୍ ଉପାଦ ଅଟେ, ପରବର୍ତ୍ତୀ ଉଦାହରଣକୁ ଯିବା ପୂର୍ବରୁ କିଛି ଦେଖିବା ପାଇଁ ଦିଅନ୍ତୁ, ପ୍ରଥମଟି ଅନୁମାନ କରିବା ଯେ ଆପଣଙ୍କ ପାଖରେ ଅଛି । ଦୁଇଟି ସେଟ୍ ଆସନ୍ତୁ ଏକ କ୍ରମ୍  $b$  କୁ ଦେଖିବା  $b$  ଏକ କ୍ରମ୍  $b$  କୁ ବିଚାର କରିବା ଏବଂ  $b$  କ୍ରମ୍  $e$  ହେଉଛି  $t$  । ହେଉ ଦୁଇଟି ସେଟ୍ ଗୋଟିଏ ଏବଂ ସମାନ କେଉଁ ଆଧାରରେ ଏବଂ କିପରି ଏକ କ୍ରମ୍  $b$  କମା ଫର୍ମର ଉପାଦାନଗୁଡ଼ିକୁ ନେଇ ଗଠିତ ହୁଏ, ଏହା ହେଉଛି ଏକ କ୍ରମ୍  $b$  ଏବଂ  $a$  ରେ  $b$  ଏବଂ  $b$  ରେ ଏହା ଏକ କ୍ରମ୍  $b$  ଥିବାବେଳେ ଅନ୍ୟଟି  $b$  କ୍ରମ୍  $a$  । ସମସ୍ତ ବିପରୀତ ମୁଗଳ  $b$  କମାକୁ ନେଇ ଗଠିତ ଯେପରି  $b$  ରେ  $b$  ଏବଂ  $a$  ରେ  $j$  ପ୍ରଶ୍ନ ହେଉଛି ଆମେ ଏହାକୁ  $a$

ରେ  $b$  ଏବଂ  $b$  ରେ  $b$  ରେ ଲେଖିବା ନାହିଁ, ଏହାକୁ  $a$  ରେ  $b$  ଏବଂ  $b$  ରେ ଲେଖିବା ମଧ୍ୟରେ କ  $difference$  ଶସି ପାର୍ଥକ୍ୟ ନାହିଁ କିନ୍ତୁ ଏହା କେବଳ ଏହି କ୍ରମର ଅର୍ଥ ହେଉଛି ଏହାର ଅର୍ଥ ହେଉଛି ଏହି କ୍ରମ ଠିକ୍ ଏହି ଦୁଇଟି ସେଟ୍ ଯୁଗଳ ସଂପୂର୍ଣ୍ଣ ଅଲଗା

ତେଣୁ ଏକ କମା  $b$   $b$  କମା ସହିତ ସମାନ ନୁହେଁ ଯାହାର ଅର୍ଥ ହେଉଛି କ୍ରମ  $b$  ଏବଂ  $b$  କ୍ରମ ଏକ ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ଭିନ୍ନ ସେଟ୍ ବର୍ତ୍ତମାନ ଆଉ ଏକ ଜିନିଷ |  $one$  ଠିକ୍ ଅର୍ଥ ଦୁଇଟି ଉପାଦାନକୁ ଏକ କମା  $b$  ଏବଂ  $c$  କମା  $d$  କୁ ଏକ କ୍ରମ  $b$  ରୁ ଆମେ କହିଥାଉ ଯେ ଏକ କମା  $b$   $c$  କମା  $d$  ସହିତ ସମାନ, ଯଦି  $c$  ଏବଂ  $b$  ସମାନ  $d$  ସହିତ ସମାନ ତେବେ ଏହା କହେ ଯେ ଯୁଗଳ  $y$  କିମ୍ବା ପ୍ରତ୍ୟେକରେ | ଆମ ପାଖରେ ଥିବା ବାମରେ ପ୍ରଥମ ଅବସ୍ଥାନରେ ଉପାଦାନଟି ମେଳ ହେବା ଉଚିତ ଏବଂ ତାହାଣ ପାର୍ଶ୍ୱରେ ପ୍ରଥମ ଉପାଦାନଟି ହେଉଛି ଦ୍ୱିତୀୟ ଅବସ୍ଥାନ ପାଇଁ ସମାନ ଅବସ୍ଥାନ |  $b$  ଅଛି ଏବଂ ଏଠାରେ ଆମର ଏହି ଦୁଇଟି ମେଳ ହେବା ଉଚିତ ଯଦି ଏହି ଦୁଇଟି ମିଥାନ୍ତୁ ପ୍ରତ୍ୟେକ ସ୍ଥିତିରେ ଆମ ତେବେ ଆମେ କହିଥାଉ ଯେ ଏହି ଅର୍ଥର ହୋଇଥିବା ଯୋଡ଼ିଗୁଡ଼ିକ ସମାନ

ତେଣୁ ଆସନ୍ତୁ ଏକ ଉଦାହରଣ କିମ୍ବା ଏକ ସମସ୍ୟା ଦେଖିବା  $x$   $x$  ମାଲନସ୍ ଅଧା ପୁସ୍ତକ  $y$  କମା  $x$  ପୁସ୍ତକ ଅଧା ପୁସ୍ତକ  $yx$  ଏହା ଦୁଇଟି କମା ତିନୋଟି ତାହାଣ ସହିତ ସମାନ ଯାହା ଆମ ପାଖରେ  $x$  ମାଲନସ୍ ଅଧା ପୁସ୍ତକ  $y$  ଏବଂ ଅର୍ଥର ହୋଇଥିବା ଯୋଡ଼ି  $x$  ମାଲନସ୍ ଅଧା ପୁସ୍ତକ  $y$  ଏବଂ  $x$  ପୁସ୍ତକ ଅଧା ମାଲନସ୍  $y$  ଏହା ଦୁଇଟି କମା ତିନୋଟି  $x$  ଏବଂ  $y$  ସହିତ ସମାନ

ତେଣୁ ବାମ ପାର୍ଶ୍ୱରେ ଆମର ଏକ ଅଛି | ଅର୍ଥର ହୋଇଥିବା ଯୋଡ଼ି ଏବଂ ତାହାଣ ପାର୍ଶ୍ୱରେ ଆମର ଏକ ଅର୍ଥର ଯୋଡ଼ି ଅଛି ଏବଂ ଯାହା ଦିଆଯାଉଛି ତାହା ହେଉଛି ଏହି ଦୁଇଟି ଅର୍ଥର ହୋଇଥିବା ଯୋଡ଼ି ସେମାନେ ସମାନ ଅଟନ୍ତି

ତେଣୁ ଏହାକୁ କିପରି ସମାଧାନ କରାଯିବ ତାହା ଆମକୁ ଦିଆଯାଉଛି ଯେ ଅର୍ଥର ହୋଇଥିବା ଯୋଡ଼ିଗୁଡ଼ିକ ମୋଡେ ଏହାକୁ  $x$  ଭାବରେ ଲେଖିବାକୁ ଦିଅନ୍ତୁ | ପୁସ୍ତକ  $y$  ମାଲନସ୍ ଅଧା ଏବଂ  $x$  ମାଲନସ୍  $y$  ପୁସ୍ତକ ଅଧା ହେଉଛି ଦୁଇଟି କମା ତିନୋଟି ଯାହା  $impl$  ାରା ସୂଚିତ କରେ ଯେ  $x$  ପୁସ୍ତକ  $y$  ମାଲନସ୍ ଅଧା ସମାନ ଦୁଇଟି ଦୁଇଟି ସହିତ ସମାନ ଏବଂ  $x$  ମାଲନସ୍  $y$  ପୁସ୍ତକ ଅଧା ଏହା ତିନୋଟି ସହିତ ସମାନ

ତେଣୁ ଆସନ୍ତୁ ଏହାକୁ ସମାଧାନ କରିବା | ଦୁଇଟି ଜିନିଷ ଯାହା ଦିଏ ତାହା ହେଉଛି ଦୁଇ  $x$  ପାଞ୍ଚ ସହିତ ସମାନ ଯାହା  $x$  କୁ ପାଞ୍ଚରୁ ଦୁଇ ସହିତ ସମାନ ବୋଲି ବର୍ତ୍ତମାନ ଦେଖିବା | ସମାନ ସମାକରଣର ସମାନ ସେଟ୍ ଲେଖନ୍ତୁ  $x$  ପୁସ୍ତକ  $y$  ମାଲନସ୍ ଅଧା ସମାନ ଦୁଇ ଏବଂ  $x$  ମାଲନସ୍  $y$  ପୁସ୍ତକ ଅଧା ସମାନ ତିନିଟି ପ୍ରଥମକୁ ବାହାର କରିବା ପାଇଁ ପ୍ରଥମଟିକୁ ଦ୍ୱିତୀୟତରୁ ବାହାର କରିବାକୁ ଦିଅନ୍ତୁ

ତେଣୁ  $x$  ବର୍ତ୍ତମାନ ଯେହେତୁ  $x$  ବାଡ଼ିଲୁ ହେବ ଏବଂ ଆମ ପାଖରେ ଦୁଇଟି ଅଛି |  $y$  ମାଲନସ୍ ଗୋଟିଏ ମାଲନସ୍ ସହିତ ସମାନ, ଦୁ  $sorry$  ଶୁଦ୍ଧ ମାଲନସ୍ ଆହା ଦୁଇ  $y$  ମାଲନସ୍ ଗୋଟିଏ ମାଲନସ୍ ସହିତ ସମାନ ଯାହା ଦର୍ଶାଏ ଯେ  $y$  ଶୂନ୍ୟ ଠିକ୍

ତେଣୁ  $x$  ଏବଂ  $y$

ତେଣୁ  $x$  ସହିତ  $phi$  କୁ  $2$  ଏବଂ  $y$   $z$  ସହିତ ସମାନ, ବର୍ତ୍ତମାନ ଆସନ୍ତୁ ଆଉ କିଛି ଦେଖିବା | ଉଦାହରଣଗୁଡ଼ିକ ଆହା

ତେଣୁ ଆଉ କିଛି ଉଦାହରଣ ଧରାଯାଉ  $a$  ହେଉଛି ଏକ ସେଟ୍ ଏବଂ ଆମକୁ ଦିଆଗଲା ଯେ ଶୂନ୍ୟ କମା ଗୋଟିଏ ମାଲନସ୍ ଗୋଟିଏ କମା ଶୂନ୍ୟ ଏକ କ୍ରମରେ ଅଛି ଯାହା ଆମେ ଜାଣୁ ଯେ ଦୁଇଟି ଯୋଡ଼ି ଶୂନ୍ୟ କମା ଗୋଟିଏ ଏବଂ ମାଲନସ୍ ଗୋଟିଏ | କମା ଶୂନ୍ୟ କିମ୍ବା ଏକ କ୍ରମରେ ପ୍ରଥମ ପ୍ରଶ୍ନ କିପରି ପାଇବେ ଯାହାକୁ ଆମେ ପଚାରିବାକୁ ଚାହିଁବୁ ଏକ କୁଅରେ କେତେ ଉପାଦାନ ସମ୍ଭବ  $0$  କମା  $1$  ଏକ କ୍ରମର ଅଟେ ଯାହା ସୂଚିତ କରେ ଯେ ଶୂନ୍ୟ ଏକ ଏବଂ ଅନ୍ୟତ ସମାନ ଅଟେ | ମାଲନସ୍ ଗୋଟିଏ କମା ଶୂନ୍ୟ ଏହା ଏକ କ୍ରମ ର ଅଟେ ଯାହା ସୂଚିତ କରେ ଯେ ମାଲନସ୍ ଗୋଟିଏ ଏବଂ ଶୂନ୍ୟ ତି ଅଟେ |  $o$

ତେଣୁ ସୂଚନା ଉପରେ ଆଧାର କରି ଯାହା ଆମକୁ ଦିଆଯାଏ ଯାହା ଆମେ ଜାଣୁ ତାହା ହେଉଛି ମାଲନସ୍ ଗୋଟିଏ ଶୂନ୍ୟ ଏହି ସେଟ୍ ଠିକ୍ ଆମର

ତେଣୁ ତିନୋଟି ଉପାଦାନ ମାଲନସ୍ ଗୋଟିଏ ଶୂନ୍ୟକୁ ନେଇ ଗଠିତ ହୋଇଛି ଏବଂ ଗୋଟିଏ କ୍ରମ ମାଲନସ୍ ଗୋଟିଏ ମାଲନସ୍ ପରି ଦେଖାଯିବ | ମାଲନସ୍ ଗୋଟିଏ ଶୂନ୍ୟ ମାଲନସ୍ ଗୋଟିଏ ଶୂନ୍ୟ ମାଲନସ୍ ଗୋଟିଏ ଶୂନ୍ୟ ଶୂନ୍ୟ ଗୋଟିଏ ମାଲନସ୍ ଗୋଟିଏ ଶୂନ୍ୟ ଏବଂ ଶେଷରେ ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ କ୍ରମ କେତେ ଉପାଦାନ ଏହି କ୍ରମ ଧାରଣ କରେ ଏକ କ୍ରମ ଠିକ୍ ନଅଟି ଉପାଦାନ ଧାରଣ କରେ

ତେଣୁ ଆସନ୍ତୁ ଏହାକୁ ପୁନର୍ବାର ଏକ ଟିପ୍ପଣୀ ଭାବରେ ଲେଖିବା ଯଦି  $a$  ଏବଂ  $b$  ହେଉଛି ଯେକ  $any$  ଶସି ଦୁଇଟି ସେଟ୍,  $a$  ର ସମାନ ସଂଖ୍ୟକ ଉପାଦାନର ସଂଖ୍ୟା ସହିତ  $b$  ଏବଂ  $q$  ର ଉପାଦାନ ଉପାଦାନ ସଂଖ୍ୟା ସହିତ  $q$  କ୍ରମ ରେ ଉପାଦାନଗୁଡ଼ିକର ସଂଖ୍ୟା  $pq$  ଅଟେ

ତେଣୁ  $a$  ରେ ସମୁଦାୟ ଉପାଦାନ ସଂଖ୍ୟା | କ୍ରମ  $b$  ହେଉଛି ଏକ ଉପାଦାନର ସମୁଦାୟ ସଂଖ୍ୟା,  $b$  ରେ ସମୁଦାୟ ଉପାଦାନ ସଂଖ୍ୟା, ତେଣୁ କ୍ରମ  $b$  ର ଉପାଦାନଗୁଡ଼ିକର ସମୁଦାୟ ସଂଖ୍ୟା  $b$  ର ତାହାଣରେ ଥିବା ଉପାଦାନଗୁଡ଼ିକର ସମୁଦାୟ ସଂଖ୍ୟା ସହିତ ସମାନ

ତେଣୁ ଆସନ୍ତୁ ଦେଖିବା | ଶେଷ ଉଦାହରଣରେ, ପୂର୍ବ ଉଦାହରଣକୁ ଦେଖିବା | ପୁଣି ଥରେ ସେଟ୍ ସେଟ୍ ଯାହା ଆମେ ପାଇଲୁ, ମାଲନସ୍ ଗୋଟିଏ ଶୂନ୍ୟ ପାଇଛି ଏବଂ ଗୋଟିଏ ଏଗୁଡ଼ିକର ସଂଖ୍ୟା ହେଉଛି ତିନୋଟି ଯାହା ସୂଚିତ କରେ ଯେ କ୍ରମ ର ଉପାଦାନଗୁଡ଼ିକର ସଂଖ୍ୟା ଏକ ଗୁଣର ଉପାଦାନଗୁଡ଼ିକର ସଂଖ୍ୟା ହେବାକୁ ଯାଉଛି | ଯାହା ତିନିଧର ତିନିଧର ହେବାକୁ ଯାଉଛି ଯାହା ନଅଟି କିନ୍ତୁ ଭଲ, ଏବେ ଦେଖିବା ଚାଲନ୍ତୁ ପୁଣି ଥରେ ଲେଖିବା, ଏହା ଏକ କ୍ରମ ମାଲନସ୍ ଏକ ମାଲନସ୍ ଗୋଟିଏ ଶୂନ୍ୟ ମାଲନସ୍ ଗୋଟିଏ ଶୂନ୍ୟ ମାଲନସ୍ ଗୋଟିଏ ଶୂନ୍ୟ ଶୂନ୍ୟ ଗୋଟିଏ ମାଲନସ୍ ଗୋଟିଏ | ଶୂନ୍ୟ ଏବଂ ଶେଷରେ ଗୋଟିଏ ଉପାଦାନଗୁଡ଼ିକର ସଂଖ୍ୟା ଗଣିବାକୁ ଦିଏ ଯାହା  $you$  ାରା ଆପଣ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରି ପାରିବେ ଯେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଉପାଦାନ ସହିତ ଆମେ ଅନ୍ୟ ତିନୋଟି ଉପାଦାନ ସହିତ ଯୋଡ଼ି ହୋଇଥାଉ

ତେଣୁ ଆମେ ନଅଟି ଉପାଦାନ ସହିତ ସମାପ୍ତ ହୋଇଗଲୁ

ତେଣୁ ଏକ ଅଧା କ୍ରମ ନଅଟି ଉପାଦାନ ପାଇଲା, ବର୍ତ୍ତମାନ ଗୋଟିଏ କରିବା | ଅଧିକ ଉଦାହରଣ ଏକ ସେଟ୍ ହେବାକୁ ଦିଅନ୍ତୁ ଯାହାର କାର୍ତ୍ତବ୍ୟତା ଉପାଦାନ ନିଜ ସହିତ ଯାହାର କାର୍ତ୍ତବ୍ୟତା ଉପାଦାନ ଯାହା ନିଜେ କ୍ରମ ଅଟେ  $16$  ଟି ଉପାଦାନ ପାଇଛି

ତେଣୁ ଆମକୁ ଏକ ସେଟ୍ ଦିଆଯାଉଛି ଯେପରି ଯେତେବେଳେ ଆପଣ ଏକ କାର୍ତ୍ତବ୍ୟତା ଉପାଦାନ ନିଜେ ନେଇଯିବେ ତେବେ ଏହା ଯାଉଛି |  $16$  ଟି ଉପାଦାନ ଅଛି ଏହା ହେଉଛି ପ୍ରଥମ ସୂତ୍ର | ଆମକୁ ଦିଆଯାଉଛି ଯାହାର ଅର୍ଥ ହେଉଛି ଏକ କ୍ରମ ରେ  $16$  ଟି ଉପାଦାନ ଅଛି ଯାହାର ଅର୍ଥ ହେଉଛି  $4$  ଟି ଉପାଦାନ ଅଛି, ଏହା  $4$  ଟି ଉପାଦାନକୁ ଠିକ୍ କରିବାକୁ ଯାଉଛି ବର୍ତ୍ତମାନ ଧରାଯାଉ ଯେ ଆମେ ଜାଣୁ ଯେ ଆମେ ଜାଣୁ ଯେ ଗୋଟିଏ କମା ଦୁଇଟି ଏବଂ ତିନୋଟି କମା ଚାରିଟି ଅଛି | ଏକ କ୍ରମ ଏକ ସମାନ  $a$  ଏବଂ କ୍ରମ କିପରି ଏବଂ ଏକ କ୍ରମ କିପରି ପ୍ରଥମ ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣ ଯାହା ଆମେ ଏଠାରେ କରିଥିଲୁ ତାହା ହେଉଛି ଯେ କ୍ରମର ଉପାଦାନଗୁଡ଼ିକର ସଂଖ୍ୟାକୁ ଦିଆଯିବ। ହେଉଛି  $16$  ଯାହା କି ଆମେ ଯେପରି କରିଥିଲୁ ପୂର୍ବ ଟିପ୍ପଣୀ ଯେ  $a$  ର ଉପାଦାନଗୁଡ଼ିକର ସଂଖ୍ୟା ଚାରି ହେବାକୁ ଯାଉଛି ବର୍ତ୍ତମାନ ଏକ ଯୋଡ଼ା ଗୋଟିଏ କମା ଦୁଇଟି ଏହା ଏକ କ୍ରମରେ ଅଛି ଏବଂ ଯାହା  $one$  ାରା ଗୋଟିଏ ଏବଂ ଦୁଇଟି ସୂଚିତ ହେଉଛି ଯେ ସେମାନେ ଉଭୟ ସମାନ ତିନୋଟି କମା ଚାରିରେ ଅଛି ଏବଂ ସେମାନେ ଏକ କ୍ରମରେ ଅଛି | ସୂଚିତ କରେ ଉଭୟ ତିନୋଟି ଏବଂ ଚାରିଟି ଏକ ସେଟ୍ ଅଟେ

ତେଣୁ ଏକ ସେଟ୍ ଚାରୋଟି ଉପାଦାନକୁ ନେଇ ଏକ ଦୁଇ ତିନି ଏବଂ ଚାରିଟି ବର୍ତ୍ତମାନ ଏକ କ୍ରମ କ୍ରମରେ ଏହା ସମସ୍ତ  $16$  ଟି ଉପାଦାନକୁ କ୍ରମ ସହିତ କ୍ରମରେ  $1$  ରୁ  $4$  କୁଅରେ ଥିବା ଲାଲକ ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ଉପାଦାନଗୁଡ଼ିକୁ ନେଇ ଗଠିତ ହେବ | ଏହା ଗୋଟିଏ କମା ଦୁଇ ଗୋଟିଏ କମା ତିନିଟି କମା ଚାରି ଭଲ ଗୋଟିଏ କମା ହେବାକୁ ଯାଉଛି | ଗୋଟିଏ ଦୁଇଟି କମା ଗୋଟିଏ ଦୁଇଟି କମା ଦୁଇ ଦୁଇଟି କମା ତିନି ଦୁଇଟି କମା ଚାରି ତିନି କମା ଗୋଟିଏ ତିନି କମା ଦୁଇ ତିନି କମା ତିନି ତିନି କମା ଚାରି ଚାରି କମା ଗୋଟିଏ ଚାରି କମା ଦୁଇ ଚାରି କମା ତିନି ଏବଂ ଶେଷରେ ଚାରି କମା ଚାରି

ତେଣୁ ଏଗୁଡ଼ିକ ସମ୍ଭବ୍ୟ  $16$  ଉପାଦାନ ବାସ୍ତବରେ କ୍ରମର କେବଳ  $16$  ଟି ଉପାଦାନ, ଆସନ୍ତୁ ଜ୍ୟାମିତିକରୁ ଆଉ ଏକ ଉଦାହରଣ କରିବା ଏବଂ ଏହା ଉପରେ ଆଧାର କରି ଉଚ୍ଚ ଉଦାହରଣ କରିବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କରିବା, ଯାହା ଉପରେ  $r$  ଦୁଇ ଦୁଇଟି ତାଲମେନ୍ତୁଲ୍ ଫ୍ରେନ୍ଦ୍ ଭାବରେ ଜଣାଶୁଣା ଏହି  $r$  ଦୁଇଟି  $r$  ଦୁଇଟି କ'ଣ? ଏହା ସମସ୍ତ ଅର୍ଥର ହୋଇଥିବା ଯୋଡ଼ି  $x$  କମା  $y$  କୁ  $x$  ଏବଂ  $y$  ସହିତ ପ୍ରକୃତ ସଂଖ୍ୟା ଭାବରେ ଧାରଣ କରେ ଯେଉଁଠାରେ  $x$  ଏବଂ  $y$  ପ୍ରକୃତ ସଂଖ୍ୟା ଅଟେ ଆପଣ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରିପାରିବେ ଯେ ଏହା  $r$  କ୍ରମ  $r$  ସହିତ ସମାନ

ତେଣୁ ଏହା ଏକ କାର୍ତ୍ତବ୍ୟତା ଉପାଦାନ ପାଇଁ ଏକ ଉଦାହରଣ

ତେଣୁ ସାଧାରଣ ଦୁଇଟି ତାଲମେନ୍ତୁଲ୍ ଫ୍ରେନ୍ଦ୍ | ପ୍ରକୃତ ସଂଖ୍ୟାର କାର୍ତ୍ତବ୍ୟତା ଉପାଦାନ ହେଉଛି ନିଜ ସହିତ ସମାନ ଜିନିଷ  $r$  କୁ ଏକ ଭିନ୍ନ ଦୃଷ୍ଟିକୋଣରୁ ଦେଖିବା ଆସନ୍ତୁ, ଚିତ୍ରକୁ ଦେଖିବା ପାଇଁ ଚିତ୍ରକୁ ଦେଖିବା, ମୁଁ ଭାବୁଛି ଯେ ମୁଁ ଏଠାରେ ଅଛି ଏବଂ ମୋର ଏକ ବିନ୍ଦୁ ଅଛି ଯାହା ଆମକୁ ଦିଆଯାଉଛି | ନିମ୍ନଲିଖିତ ସୂଚନା  $ation$   $one$  ହେଉଛି  $r$  ଯାହାକି ମୂଳରୁ ଏହି ବିନ୍ଦୁ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଠିକ୍ ଦୂରତା ହେଉଛି ଏହା ହେଉଛି ମୋର ପଏଣ୍ଟ  $p$  ମୋର ଏକ ପଏଣ୍ଟ  $p$  ଅଛି ଏବଂ ମୋଡେ ଏହି ଦୂରତା  $r$

ଦିଆଯାଇଛି ଏବଂ x କୋଣ ସହିତ ଏହା ତିଆରି କରୁଥିବା କୋଣ ହେଉଛି ଏହି ଦୁଇଟି ଜିନିଷ ଯାହା ମୁଁ i ମୋତେ ଦିଆଗଲା ମୋତେ ଏହାକୁ ଆଟା ବୋଲି କହିବାକୁ ଦିଅନ୍ତୁ

ତେଣୁ ଏହି r ଦୁଇଟି ମୁଁ ଏହାକୁ ଲେଖିପାରିବି ଯେପରି ସେହି ସମସ୍ତ ଅର୍ଥର ହୋଇଥିବା ଯୋଡି r କମା ଆଟା r ପଜିଟିଭ୍ ଭଲ r ପଜିଟିଭ୍ ସହିତ 0 କମ୍ କିମ୍ବା ସମାନ ଆଟା 180 ଡିଗ୍ରୀରୁ କମ୍ କିମ୍ବା ବାସ୍ତବରେ ଏହା 180 ହେବା ଉଚିତ୍ ନୁହେଁ | 360 ଡିଗ୍ରୀ ଠିକ୍ ଆପଣଙ୍କ ପାଖରେ ଏହି ଅନେକ ଜିନିଷ ଅଛି ତେଣୁ ମୁଁ କେବଳ r ଦୁଇଟିକୁ ଅପସାରଣ କରିବା ଉଚିତ୍ ଯେପରି ମୁଁ ଫେରାଇ ଦେଇଛି, ମୁଁ ଏହାକୁ ଅପସାରଣ କରିବା ଉଚିତ୍ ଏହାର ମୂଳ ଶୂନ୍ୟ କମା ଶୂନ୍ୟ ଧାରଣ କରେ ନାହିଁ ଯାହା ଦ I ାରା ମୁଁ ଏହି ଶୂନ୍ୟ କମା ଶୂନ୍ୟ i ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ କରେ | ଏହାକୁ ଶୂନ୍ୟଠାରୁ r ରୁ ଅଧିକ କିମ୍ବା ସମାନ ଭାବରେ ଫେରସ୍ତ କରିବା ଉଚିତ୍ ତେଣୁ ଯେତେବେଳେ ଦୂରତା ଆମକୁ ଆବଶ୍ୟକ କରେ ଦୂରତା ଠିକେ ସକାରାତ୍ମକ ଅଟେ ଯାହା ଆମେ ଆଶା କରୁ କିନ୍ତୁ ଯଦି ଆପଣ ଏହାକୁ ଦେଖନ୍ତି ତେବେ ଏହି ସେଟ୍ ଦୁଇଟି ସେଟ୍ ର ଏକ କାର୍ଟେସିଆନ୍ ଉତ୍ପାଦ ଅଟେ | ଏଗୁଡ଼ିକ ପୋଲାର କୋର୍ଡିନେଟ୍ ଭାବରେ ଜଣାଶୁଣା ଯାହା ଆପଣମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ ଅଧିକାଂଶ ନିଶ୍ଚୟ ଦେଖୁଥିବେ | ଜ୍ୟାମିତିର ଏକ ପାଠ୍ୟକ୍ରମରେ ତୁମର ଯାହା ଅଛି ତାହା ହେଉଛି ପୋଲାର କୋର୍ଡିନେଟ୍ ସେଟ୍ କିନ୍ତୁ ଏହି ସେଟ୍ ପ୍ରାୟ ଏକ କାର୍ଟେସିଆନ୍ ଉତ୍ପାଦ ପରି ଯାହା ଆମର ଠିକ୍ ଅଛି କିନ୍ତୁ ଯେକ h ଶସି ପ୍ରକାରେ ଯଦି ମୁଁ ଶୂନ୍ୟରୁ ଅଧିକ r ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ କରିବାକୁ ଯାଉଛି ତେବେ ମୁଁ ଏହା ଲେଖିପାରେ | ଏକ କାର୍ଟିକ୍ଲ୍ ଏହା ଦେଖାଯାଏ ଯେ ଏହା ଏକ କାର୍ଟେସିଆନ୍ ଉତ୍ପାଦ ନୁହେଁ ଦୁ sorry ଖୁବ୍ ଦେଖାଯାଏ ଏହା ଏକ କାର୍ଟେସିଆନ୍ ଉତ୍ପାଦ ନୁହେଁ କିନ୍ତୁ ଜଣେ ଏହାକୁ ଏକ କାର୍ଟେସିଆନ୍ ଉତ୍ପାଦ ଭାବରେ ଲେଖିପାରିବେ କିପରି ଏହି ସେଟ୍ ଲେଖିବା r ରେ ଥିବା ସମସ୍ତ r ସହିତ ସମାନ, ଯାହା ଶୂନ୍ୟରୁ ଅଧିକ | ସେହି ସମସ୍ତ ଆଟାକୁ ଅତିକ୍ରମ କର ଯେପରି ଶୂନ୍ୟରୁ ଷାଠିଏ ଡିଗ୍ରୀରୁ କମ୍ କିମ୍ବା ସମାନ ଶୂନ୍ୟ ଏହା ଏକ କାର୍ଟେସିଆନ୍ ଉତ୍ପାଦ ପାଇଁ ଏକ ଉଦାହରଣ ଅଟେ

ତେଣୁ ବର୍ତ୍ତମାନ ଏହି ସବୁ କଥା କହି ମୋତେ କାର୍ଟେସିଆନ୍ ଉତ୍ପାଦ ଉପରେ ଏକ ଟିପ୍ପଣୀ ଦିଅନ୍ତୁ ଯଦି a ଏବଂ b କିମ୍ବା ଦୁଇଟି ସେଟ୍ ସହିତ ଅନ୍ତତ one ପକ୍ଷେ ଗୋଟିଏ ଅସୀମ, ତା' ପରେ କ୍ରମ୍ b ମଧ୍ୟ ପୂର୍ବ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଏକ ଅସୀମ ସେଟ୍ ଅଟେ ଉଭୟ ସେଟ୍ ଅସୀମ ଏବଂ

ତେଣୁ କାର୍ଟେସିଆନ୍ ଉତ୍ପାଦ ମଧ୍ୟ ଅସୀମ  
ତେଣୁ ଆସନ୍ତୁ ଗୋଟିଏ ସରଳ ଉଦାହରଣ କରିବା ଯାହା ଆମ ଭିତରେ ଅଛି | ଆଉ ଏକ ପରୀକ୍ଷଣ | ଚାଲନ୍ତୁ ଏକ ଛୋଟ b ଏବଂ ଛୋଟ c ଏବଂ କ୍ୟାପିଟାଲ୍ b କୁ 1 2 3 ଇସେଟେରା ଇସେଟେରା ଭାବରେ ବାଛିବା ବର୍ତ୍ତମାନ ଏକ କ୍ରମ୍ b ଏହା ଏକ କମା 1 କମା 2 ଡର୍ ଡର୍ ବି କମା 1 ବି କମା 2 ଡର୍ ଡର୍ ଏବଂ c କମା 1 c କମା 2 ଡର୍ ଡର୍

ତେଣୁ ଯଦିଓ ଏକ ଅସୀମ କିନ୍ତୁ b ଅସୀମ ଏହା କହିଥାଏ ଯେ କ୍ରମ୍ b ଅସୀମ ଅଟେ ତେବେ ଆସନ୍ତୁ ଆଉ ଏକ ଉଦାହରଣ କରିବା ଏହା ପୁଣି ଏକ ପରିଚିତ ଉଦାହରଣ ଯାହା ଆମ ସମସ୍ତଙ୍କ ପାଇଁ ଜଣାଶୁଣା | r ତିନୋଟି ତିନୋଟି ଡାଇମେନ୍ସନାଲ୍ ସ୍ପେସ୍ କୁ ଦେଖ, ଏହା ହେଉଛି ଯାଧାରଣ, ଯାହାକୁ ଆମେ ତିନୋଟି ଡାଇମେନ୍ସନାଲ୍ ସ୍ପେସ୍ କୁ ଦେଖିବା, ଏହି ତିନୋଟି ଡାଇମେନ୍ସନାଲ୍ ଏକ r ତିନୋଟି ଏହା ଯେପରି ଆମେ ସମସ୍ତେ ଜାଣୁ ସମସ୍ତ xyz ଡିଗ୍ରେସ୍ ନେଇ ଗଠିତ ଯେପରି xy ଏବଂ z ସମସ୍ତ ତିନୋଟି ପ୍ରକୃତ ସଂଖ୍ୟା ପ୍ରଶ୍ନ | ଏହା ହେଉଛି ଦୁଇଟି ସେଟ୍ ର ଏକ କାର୍ଟେସିଆନ୍ ଉତ୍ପାଦ, ଏହାକୁ ଦେଖିବାର ଦୁଇଟି ଉଦାୟ ଅଛି ଯାହାକୁ ଆମେ ପ୍ରଥମେ ଦୁଇଟି ସେଟ୍ ର କାର୍ଟେସିଆନ୍ ଉତ୍ପାଦ ଭାବରେ ଚିହ୍ନଟ କରିବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କରୁ ଏବଂ ତା' ପରେ ଆସନ୍ତୁ ଦେଖିବା ଅନ୍ୟ ସମ୍ଭାବନା କ'ଣ ମୁଁ ଏହାକୁ x କମା ଭାବରେ ଲେଖିପାରେ | ବ୍ରାକେଟ୍ ମଧ୍ୟରେ y କମା z ଯେପରିକି xy ଏବଂ z ଏହି ସବୁ ଅରେ ପ୍ରକୃତ ସଂଖ୍ୟା ଅଟେ | ଏହାକୁ r କ୍ରମ୍ r ଭାବରେ ଦୁଇଟି ପ୍ରାକୃତିକ ପ୍ରଶ୍ନ ଲେଖିପାରେ, ମୁଁ କାହିଁକି x yz କୁ x କମା y କମା z ଭାବରେ ପୃଥକ କରିପାରିବି ନାହିଁ x x କମା y କମା z କୁ ପ୍ରଥମ ଦୁଇଟି ଏଣ୍ଟ୍ରି ଭାବରେ ଏବଂ ପରେ ତୃତୀୟଟି ପାଇଁ କମା ଦ୍ଵାରା ପୃଥକ କାହିଁକି? ଏହା ଗୋଟିଏ ନୁହେଁ

ତେଣୁ ଏହା ବାସ୍ତବରେ ଏହା ଠିକ୍ ଏବଂ ଗୋଟିଏ r ଦୁଇଟି କ୍ରମ୍ r ସହିତ r ତିନିକୁ ଚିହ୍ନଟ କରିପାରିବ  
ତେଣୁ ଆମେ ଯାହା କରିଛୁ ତାହା ହେଉଛି ଯେ କାନୋନିକାଲ୍ ଯାହା ଆମେ ପ୍ରକୃତିର ତିନୋଟି ଡାଇମେନ୍ସନାଲ୍ ସ୍ପେସ୍ କୁ ଦୁଇଟି ସେଟ୍ ର କାର୍ଟେସିଆନ୍ ଉତ୍ପାଦ ଭାବରେ ଲେଖାଯାଇଛି | ଏହି ପର୍ଯ୍ୟାୟରେ ଉପସ୍ଥାପିତ ଏକ ପ୍ରାକୃତିକ ପ୍ରଶ୍ନ ହେଉଛି ଯେ ଏହା r କ୍ରମ୍ r କ୍ରମ୍ r ଭାବରେ ଲେଖିବା ସମ୍ଭବ କି ହଁ ଜଣେ r 3 କୁ r କ୍ରମ୍ r କ୍ରମ୍ ଭାବରେ ଲେଖି ପାରିବ, r କ୍ରମ୍ r ର ଏହି ଧନୁର୍ଦ୍ଧର ଅର୍ଥ କ'ଣ?

ତେଣୁ ଚାଲନ୍ତୁ ଗୋଟିଏ ପାଦ ଆଗକୁ ବ the ୍ରା ଏବଂ ଧାରଣାକୁ ବ୍ୟାଖ୍ୟା କରିବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କରିବା  
ତେଣୁ ଆସନ୍ତୁ ସଂଜ୍ଞା ସହିତ ଆରମ୍ଭ କରିବା ଗୋଟିଏକୁ ଦୁଇଟି ଏବଂ ତିନିଟି ତିନୋଟି ସେଟ୍ ହେବା ପରେ ଗୋଟିଏ ଦୁଇଟିର କାର୍ଟେସିଆନ୍ ଉତ୍ପାଦ ଏବଂ ଗୋଟିଏ ତିନିଟି ଗୋଟିଏ କ୍ରମ୍ କୁ 2 କ୍ରମ୍ କୁ ସୂଚିତ କରିବା | ଏକ 3 କୁ 1 କ୍ରମ୍ ଭାବରେ 2 କ୍ରମ୍ 3 ଭାବରେ ବ୍ୟାଖ୍ୟା କରାଯାଇଛି, ସେହି ସମସ୍ତ ଡିଗ୍ରେସ୍ ସହିତ ସମାନ, ଗୋଟିଏ ଦୁଇଟି ଛୋଟ ଏବଂ ଗୋଟିଏ ଛୋଟ a | ଦୁଇଟି ଛୋଟ ତିନିଟି ସହିତ ଦିଆଗଲା ଯେ ଗୋଟିଏ ରାଜଧାନୀରେ ଗୋଟିଏ ଛୋଟ ଦୁଇଟି ରାଜଧାନୀରେ ଦୁଇଟି ଛୋଟ ଏବଂ ରାଜଧାନୀରେ ଛୋଟ ତିନିଟି ପ୍ରଥମ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଯାହା ଆମକୁ ଯୋଡି ଅର୍ଥର ହୋଇଛି କିମ୍ବା ଦୁଇଟି ଚୁପଲ୍ ଦେଖିବା ବର୍ତ୍ତମାନ ଆମର ଏକ ଟ୍ରିପଲେଟ୍ ଅଛି କିମ୍ବା ପ୍ରଥମ ତତ୍ତ୍ଵ ସହିତ ଗୋଟିଏ ତତ୍ତ୍ଵରୁ ଗୋଟିଏ ତୃତୀୟ ତତ୍ତ୍ଵ ଏବଂ ଦୁଇଟି ତତ୍ତ୍ଵରୁ ଆସୁଥିବା ତୃତୀୟ ତତ୍ତ୍ଵ ସହିତ ଏକ ତିନୋଟି ଚୁପଲ୍ ତିନି ଚୁପଲ୍ | ଏହା r କ୍ରମ୍ r କ୍ରମ୍ r ସହିତ ସମାନ ଅଟେ

ତେଣୁ ତିନୋଟି ସେଟ୍ ର ତିନୋଟି ସେଟ୍ କାର୍ଟେସିଆନ୍ ଉତ୍ପାଦ ସହିତ ଏକ କାର୍ଟେସିଆନ୍ ଉତ୍ପାଦ ପାଇଁ ଏହା ଏକ ଉଦାହରଣ | y ମାଇନସ୍ z ଏବଂ x ପ୍ଲସ୍ y ମାଇନସ୍ z ଏହା ଗୋଟିଏ ଦୁଇଟି ତିନୋଟି ସହିତ ସମାନ, ଧରାଯାଉ ଏହା ହେଉଛି xy ଏବଂ z ଖୋଜିବା ପାଇଁ ଆମକୁ ଯାହା ଦିଆଯାଇଛି ତାହା ତୁମକୁ ଦିଆଗଲା ତେଣୁ ଏହି ସମସ୍ୟାର ସମାଧାନ କିପରି ହେବ

ତେଣୁ ମୁଁ ଏହି ସମସ୍ୟାର ସମାଧାନ ସହିତ ଆଗେଇବା ପୂର୍ବରୁ ଆସନ୍ତୁ | ଆଉ ଏକ ଟିପ୍ପଣୀ ଦିଅନ୍ତୁ ଯାହା ଆମେ ଯାହା w ସହିତ ସମାନ | ଦୁଇଟି ସେଟ୍ ର ଦୁଇଟି କାର୍ଟେସିଆନ୍ ଉତ୍ପାଦର ମାତ୍ରା ପାଇଁ ଟିପ୍ପଣୀ ଯଦି a1 a2 a3 କିମ୍ବା ଯଦି କ three ଶସି ତିନୋଟି ସେଟ୍ ଅଛି ତେବେ ଯଦି ଆପଣଙ୍କର ତିନୋଟି ସେଟ୍ ଅଛି ଏବଂ ଯଦି ଆପଣଙ୍କର ତିନୋଟି ସେଟ୍ ଅଛି ଏବଂ ଯଦି ତ୍ରିପାଠୀ ଗୋଟିଏ ଦୁଇଟି ତିନି ଏବଂ ତ୍ରିପାଠୀ | ଗୋଟିଏ ତ୍ୟାସ୍ ଦୁଇଟି ତ୍ୟାସ୍ ତିନୋଟି ତ୍ୟାସ୍ ଯଦି ତୁମର ଅଛି ଯଦି ତୁମେ ଜାଣିଛ ଯେ ଏହି ଦୁଇଟି ଟ୍ରିପଲେଟ୍ ଗୋଟିଏ କ୍ରମ୍ ଦୁଇଟି କ୍ରମ୍ ତିନୋଟି ଏବଂ ଏହା ମଧ୍ୟ ତୁମେ ଜାଣ ଯେ ତ୍ରିପାଠୀ ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ଦୁଇଟି a 3 ଏକ 1 ତ୍ୟାସ୍ ସହିତ ସମାନ | 2 ତ୍ୟାସ୍ ଏକ 3 ତ୍ୟାସ୍ ଯାହା ସୂଚିତ କରେ ଯେ 1 ଟି 1 ତ୍ୟାସ୍ ସହିତ ସମାନ ଦୁଇଟି ଦୁଇଟି ତ୍ୟାସ୍ ସହିତ ସମାନ ଏବଂ ତିନିଟି ତିନି ତ୍ୟାସ୍ ସହିତ ସମାନ ଯାହାର ଅର୍ଥ ହେଉଛି ଯେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଛିତିରେ ସେମାନେ i କୋଡ୍ ସହିତ ମେଲ ହେବା ଉଚିତ୍ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଅବସ୍ଥାରେ ସେମାନେ କେବଳ ମେଲ ହେବା ଉଚିତ୍ ତେବେ ତୁମେ କୁହ ଯେ ସେହି ଡିଗ୍ରେସ୍ ଦୁଇଟି ଡିଗ୍ରେସ୍ ସମାନ, ଯଦି ସେମାନେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଜ୍ଵାସ୍ଵାଦୀନ କରନ୍ତି କିମ୍ବା ପ୍ରତ୍ୟେକ ଅବସ୍ଥାରେ ଜ୍ଵାସ୍ଵାଦୀନ କ if ଶଳ ଯଦି ପ୍ରକୃତ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ମେଲ ହୁଏ ତେବେ ଉପାଦାନଗୁଡ଼ିକ ମେଲ ହୁଏ ତେବେ ତୁମେ କୁହ ଯେ ଏହିପରି ଦୁଇଟି ଡିଗ୍ରେସ୍ ବର୍ତ୍ତମାନ ସମାନ | ଯାହା ଦିଆଯାଇଛି ତାହା ଉପରେ ଆଧାର କରି ଏହି ସମସ୍ୟାର ସମାଧାନ ପାଇଁ ଆମେ ସମସ୍ୟାର ସମାଧାନକୁ ଯିବା | ଏହା ହେଉଛି ଯେ ଆମକୁ ଦିଆଯାଇଛି ଯେ ବାମ ପାର୍ଶ୍ଵରେ ଆମକୁ ଏକ ଟ୍ରିପଲେଟ୍ x ପ୍ଲସ୍ y ପ୍ଲସ୍ z x ମାଇନସ୍ z ମାଇନସ୍ zx ପ୍ଲସ୍ y ମାଇନସ୍ z ଉପରୋକ୍ତ ଟିପ୍ପଣୀ ଉପରେ ଆଧାର କରି ଟ୍ରିପଲେଟ୍ ସହିତ ସମାନ | y plus z ଗୋଟିଏ x minus y minus z ସହିତ ସମାନ ଏବଂ x plus y minus z ସହିତ ସମାନ, ମୁଁ ଏହି ନିୟମକୁ ପ୍ରତ୍ୟେକ ସମୀକରଣକୁ ଦୁଇଟି ଏବଂ 3 କୁ 1 ଏବଂ 2 ଯୋଡିବା ସହିତ ଆମେ ଦୁଇଟି x କୁ ତିନୋଟି ସହିତ ସମାନ କରିବା ଯାହା x କୁ ସମାନ ବୋଲି ଦର୍ଶାଏ | ତିନିରୁ ଦୁଇକୁ ବର୍ତ୍ତମାନ ଗୋଟିଏ ଏବଂ ତିନୋଟି ଯୋଡିବା ଯଦି ମୁଁ ଗୋଟିଏ ଏବଂ ତିନୋଟି ଯୋଡିବାକୁ ଯାଉଛି ତେବେ ଆମ ପାଖରେ ଦୁଇଟି x ପ୍ଲସ୍ ଦୁଇଟି y ସମାନ ହେବ କିନ୍ତୁ ଆମେ ଜାଣୁ ଯେ x ତିନିରୁ ଦୁଇ ଅଟେ

ତେଣୁ ମୋତେ କେବଳ x କୁ ବଦଳାଇବା | ତିନି ଦ୍ଵ two ାରା ଦୁଇଟି ଯାହା ଦ imp1 ାରା ସୂଚିତ କରେ ଯେ ଦୁଇରୁ ତିନି ଦ୍ଵ two ାରା ଦୁଇ ପ୍ଲସ୍ ଦୁଇରୁ y ସମାନ ଚାରି ଯାହା ଦୁଇ y କୁ ଚାରିରୁ ଦୁଇକୁ ଦୁଇରୁ ତିନିକୁ ଦୁଇକୁ ବୁ which ାଏ ଯାହା ତିନୋଟି ଚାରି ମାଇନସ୍ ତିନୋଟି ଯାହା ଗୋଟିଏ y କୁ ବୁ ies ାଏ ଯାହା ଗୋଟିଏ ଅଟେ ଅଥା ବର୍ତ୍ତମାନ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଆସନ୍ତୁ ଦେଖିବା ପ୍ରଥମ ଗୋଟିଏ x ପ୍ଲସ୍ y ପ୍ଲସ୍ z ସହିତ ସମାନ, ଏହା ହେଉଛି ମୋର ବର୍ତ୍ତମାନ x ପାଇଁ ମୂଲ୍ୟ ତିନିରୁ ଦୁଇ ଏବଂ ଏହାର ମୂଲ୍ୟ | y ହେଉଛି ଗୋଟିଏ ଦ୍ଵ two ାରା ଦୁଇଟି ପ୍ଲସ୍ z ସହିତ ସମାନ ଯାହା ତିନିରୁ ଦୁଇ ପ୍ଲସ୍ ଗୋଟିଏ ଦ୍ଵ two ାରା ବୁ two ାଏ ଯାହା ଦୁଇଟି ପ୍ଲସ୍ z ହେଉଛି ଗୋଟିଏ ଯାହା z କୁ ମାଇନସ୍ ସହିତ ସମାନ କରେ  
ତେଣୁ xy ଏବଂ z ପାଇଁ ମୂଲ୍ୟଗୁଡ଼ିକ ଦୁଇରୁ ଦୁଇ ଏବଂ ମାଇନସ୍ ଗୋଟିଏ | ଯଥାକ୍ରମେ ପରବର୍ତ୍ତୀ ବକ୍ତବ୍ୟରେ ଆମେ ଏଗୁଡ଼ିକ ଉପରେ ଆଧାର କରି ଆଉ କିଛି

ସମସ୍ୟା କରିବୁ ଏବଂ କାର୍ତ୍ତବ୍ୟତା ଉପରେ ଏବଂ କାର୍ତ୍ତବ୍ୟତା ଉପରେ ସବୁଠାରୁ ପାଇଁ ଆହୁରି କିଛି ଉଦାହରଣ କରିବୁ ଧନ୍ୟବାଦ ।

Prutor@IIITK