

સ્વાગત વિદ્યાર્થીઓનું સ્વાગત છે

અમે કાર્ટેશિયન ઉત્પાદન શરૂ કરીએ તે પહેલાં આજનું વ્યાખ્યાન કાર્ટેશિયન ઉત્પાદન પર હશે યાલો કેટલાક ઉદાહરણો આપવાનો પ્રયાસ કરીએ અને ઓર્ડર કરેલા જોડીની કલ્પનાના મહત્વને સમજવાનો પ્રયાસ કરીએ યાલો આગળ વધીએ તે પહેલાં યાલો કેટલાક ઉદાહરણો કરીએ હવે અમારી પાસે એક સેટ છે.

ત્રણ ભેગની બનેલી હોય તો યાલો આપણે તેને  $xy$  અને  $z$  નામ આપીએ એટલે કે  $x$  એ ભેગ છે  $y$  એ ભેગ છે અને તે એક ભેગ છે અલબત્ત દરેક ભેગમાં ઘણા બધા દડા હોઈ શકે છે પરંતુ યાલો પ્રતિબંધિત કરીએ કે ભેગમાં વધુમાં વધુ સમાઈ શકે ફક્ત એક જ બોલ અને તમે તેમાં ફક્ત એક જ બોલ મૂકી શકો છો

તેથી યાલો બધા બોલના સેટને વાદળી અથવા લાલ રંગથી દર્શાવો

તેથી પ્રથમ સેટમાં બરાબર ત્રણ ભેગ હોય છે જેને અમે  $xy$  અને  $z$  નામ આપ્યું છે, પરંતુ અમારી પાસે બોલનો સમાવેશ થતો બીજો સેટ છે.

અમારો રસ ફક્ત બોલના રંગો પર રહેલો છે, બોલના રંગો બરાબર વાદળી અને લાલ છે હવે તમે તે ભેગને ભરી શકો છો તે વિવિધ શક્યતાઓ શું છે, તમે ભેગ  $x$  ને વાદળી રંગના બોલથી ભરી શકો છો અથવા તમે ભરી શકો છો ભેગ  $x$  લાલ રંગના બોલ સાથે કારણ કે આપણે જાણીએ છીએ કે દરેક ભેગમાં માત્ર એક જ બોલ અને બીજો એક જ રીતે  $y$  ભેગ  $y$  તમે તેને વાદળી રંગના બોલથી ભરી શકો છો અથવા લાલ રંગના દડાથી  $y$  ફરીથી તમારી પાસે  $z$  રંગની ભેગ છે.

$z$  નામની ભેગ તે થેલી છે જેમાં તમે વાદળી બોલ અથવા લાલ બોલ સાથે  $z$  મૂકી શકો છો તે શું છે જે હવે અમારી પાસે છે કે અમારી પાસે અહીં શું છે તે છે કે દરેક રંગ સાથે અમે એક ભેગ જોડી છે અને દરેક ભેગ સાથે અમારી પાસે છે બોલના રંગને સાંકળી લઈએ તો યાલો તે બધી વસ્તુઓ જોડી તરીકે લખીએ પ્રથમ એક કહે છે કે તમે ભેગ  $x$  પસંદ કરી છે અને તમે તેની અંદર વાદળી બોલ મૂકવાનો પ્રયાસ કરી રહ્યા છો, બીજો કહે છે કે તમારી પાસે ભેગ  $x$  અને લાલ બોલ છે શું ત્યાં ત્રીજું છે વાદળી રંગના દડા સાથેની ભેગ  $y$  ચોથું એક લાલ રંગના દડા સાથેની ભેગ  $y$  પાંચમું પાછળનું જેડ વાદળી રંગના દડા સાથે અને છેલ્લે પાછળનું માથું લાલ રંગના દડા સાથે સંપૂર્ણ રીતે અમારી પાસે છે શક્યતાઓ છે,

તેથી અમે આપીએ છીએ.

કોઈપણ યાલો આપણે તેને ઔપચારિક રીતે લખીએ  $a$  અને  $b$  માં  $b$  માં કોઈપણ આપેલ અમને એક જોડી મળી તેથી અમે એક જોડી  $a$  અલ્પવિરામ  $b$  મેળવી, યાલો આપણે બીજા ઉદાહરણ પર જઈએ કે જેને હું વાહન તરીકે ઓળખીશ અને તેમની નેમ પ્લેટ જમણી બાજુએ કેટલાકના સમૂહને સૂચવવા દો.

કેટલાક રાજ્યોના રાજ્યોનો સમૂહ મને દિલ્હી મધ્ય પ્રદેશ ઉત્તર પ્રદેશ આંધ્ર પ્રદેશ તમિલનાડુ તરીકે બોલાવવા દો અમારી પાસે પાંચ રાજ્યો છે અને બીજી બાજુ મને

શૂન્ય એક શૂન્ય બે થી શૂન્ય નવ સુધીની સંખ્યા તરીકે સેટ  $b$  રાખવા દો.

શું અમારી પાસે બે સેટ  $a$  અને  $b$  છે જેમાં પ્રથમ સેટમાં ચાર પાંચ રાજ્યોનો સમાવેશ થાય છે અને સેટ  $b$ માં નવ નંબરો હોય છે અને ધારો કે હું વાહન માટે નેમ પ્લેટ અથવા નંબર પ્લેટ બનાવવા માંગુ છું ધારો કે તે વ્યક્તિ મધ્યપ્રદેશની છે શું? શું તે સંભાવના છે તેથી કોઈ વ્યક્તિની શક્યતા સારી રીતે અમારી નેમ પ્લેટની વ્યક્તિ નથી.

MP તરફથી આવતી વ્યક્તિ માટે નેમ પ્લેટની શક્યતા સારી છે યાલો આપણે તેને એમપી શૂન્ય ત્રણ તરીકે રાખીએ, આ શક્યતાઓમાંની એક છે આ નથી સામાન્ય ઓ ને કે આપણે રોજબરોજના જીવનમાં જોઈએ છીએ, પરંતુ આ એક એવી શક્યતાઓ છે જે આપણી પાસે છે હકીકતમાં તે શું થઈ રહ્યું છે જો કે અના અને સ્મોલ  $b$  મૂડીમાં  $b$  જોડી અલ્પવિરામ  $b$  યોગ્ય દ જોડી અલ્પવિરામ  $b$  તમને પ્રથમ કહે છે  $a$  તમને જણાવે છે કે વાહન કઈ સ્થિતિમાં જમણી જોડીનું છે અલ્પવિરામ  $bc$  નીચે આપેલ  $a$  રાજ્ય  $b$  એ વાહનનો નંબર સૂચવે છે

તેથી છેલ્લા બે ઉદાહરણોમાં આપણે જોયું કે એવી પરિસ્થિતિઓ છે કે જે જોડીને અલ્પવિરામ  $b$  માં વધારો કરે છે તો યાલો આપણે તેને ઔપચારિક રીતે બનાવીએ અને વસ્તુઓને વ્યાખ્યાયિત કરીએ જેમ કે આપેલ સેટ  $a$  અને  $b$  અને તત્વો  $a$  અલ્પવિરામ  $b$  સાથે  $a$  in  $a$  અને  $b$  માં  $b$  ની જોડી  $a$  અલ્પવિરામ  $b$  કહેવાય છે

જમણી જોડી  $a$  અલ્પવિરામ  $b$  આ જોડી હું તેને કહીશ એક ઓર્ડર કરેલ પેક તરીકે સારી રીતે યાલો આપણે એક વધુ ઉદાહરણ જોઈએ, યાલો તે બધા તત્વો  $x$  અલ્પવિરામ  $y$  એ તમામ  $x$  અલ્પવિરામ  $y$  માં જોઈએ જેમ કે  $x$  અને  $y$  એ  $x$  અલ્પવિરામ  $y$  અથવા વાસ્તવિક સંખ્યાઓ છે અને  $x$  વર્ગ વત્તા  $y$  વર્ગ એક બાય બરાબર છે હવે તે સ્પષ્ટ છે કે આ સમૂહ એ રજૂ કરે છે વર્તુળ જમણે અમે ફક્ત એક વર્તુળને સમૂહના જમણા સ્વરૂપમાં લખવાનો પ્રયાસ કરી રહ્યા છીએ

તેથી આ સમૂહના આ સમૂહના ઘટકોના ઘટકો વર્તુળના ઘટકો છે

અથવા વર્તુળ પર પડેલા તે બિંદુઓ હમણાં જ કહ્યું હોવાના આદેશિત પાસ માટેના ઉદાહરણો છે આ ક્રમાંકિત જોડી યાલો આપણે આગળ વધીએ અને પછી

બે સેટના કાર્ટેશિયન ઉત્પાદન તરીકે ઓળખાય છે તેની કલ્પનાને વ્યાખ્યાયિત કરીએ

તેથી હું ફક્ત વ્યાખ્યા લખી દઈએ, યાલો વ્યાખ્યા સાથે શરૂ કરીએ

$a$  અને  $b$  કોઈપણ બે સેટ  $a$  અને  $b$  ના કાર્ટેશિયન ઉત્પાદન  $b$  એ કોસ  $b$  ને આ રીતે વ્યાખ્યાયિત કરવામાં આવે છે

તેથી આ ફરીથી એક કોસ  $b$  સેટ છે જે તમામ ઓર્ડર કરેલ જોડીના સેટની બરાબર છે  $a$  સાથે અલ્પવિરામ  $b$  માં  $a$  અને  $b$  માં  $b$

તેથી આ કાર્ટેશિયન ઉત્પાદનમાં પ્રથમ તત્વ આવતા તમામ ઓર્ડર કરેલ જોડીનો સમાવેશ થાય છે સમૂહમાંથી  $a$  અને બીજું તત્વ સેટ  $b$  માંથી આવે છે

તેથી જે ઉદાહરણો આપણી પાસે શરૂઆતમાં હતા

તેથી જે ઉદાહરણો આપણી પાસે શરૂઆતમાં પ્રથમ ઉદાહરણ હતા તે ઉદાહરણ હકીકતમાં કાર્ટેશિયન ઉત્પાદન માટેનું ઉદાહરણ છે અમારી પાસે અમારું સેટ હતું ત્રણ બક નામ મે ત્રણ ભેગ  $xy$  અને  $z$  એ સેટ  $b$  વાદળી અને લાલ છે

તેથી એક કોસ  $b$  આ તમામ શક્યતાઓનો સમાવેશ કરે છે જેમાં તમામ શક્યતાઓનો સમાવેશ થાય છે તેનો અર્થ એ છે કે તે શું છે જે કયો બોલ કયો રંગીન બોલ છે બેગની અંદર  $x$  અથવા  $y$  અથવા  $z$  મૂકવા જઈએ છીએ તે તે શું કહે છે તે હવે યાલો આપણે બીજું ઉદાહરણ જોઈએ બીજું ઉદાહરણ તે વાહનની નેમ પ્લેટ તરીકે ઓળખાય છે તે વિશે કહે છે

તેથી ફરીથી આ એક ઉદાહરણ છે આ ઉદાહરણ બીજું ઉદાહરણ છે કાર્ટેશિયન ઉત્પાદન માટે  $a$  માટે પણ એક ઉદાહરણ છે હવે યાલો આપણે ત્રીજું ઉદાહરણ જોઈએ જે સમૂહ વર્તુળનો સમૂહ સેટ કરે છે એક સમૂહ આહ સારું યાલો આપણે તેને આ રીતે લખીએ કે ક્રમાંકિત જોડી  $x$  અલ્પવિરામ  $y$  જેમ કે  $x$  અને  $y$  છે વાસ્તવિક સંખ્યાઓ અને  $x$  વર્ગ વત્તા  $y$  વર્ગ બરાબર એક પ્રથમ વસ્તુ જે આપણે જોવી પડશે કે આ સમૂહ સારી રીતે જાણીએ છીએ કે આ એક વર્તુળ છે આ તે છે જે આપણે છેલ્લા પ્રાઇમમાં અવલોકન કર્યું છે કે આ સમૂહ બે સેટનો કાર્ટેશિયન ઉત્પાદન નથી આ સમૂહ કાર્ટેશિયન નથી બે સેટનું ઉત્પાદન એટલે કે તે અવલોકનોમાંનું એક છે તો શા માટે આ સેટ બે સેટનું કાર્ટેશિયન ઉત્પાદન નથી, યાલો આપણે કંઈક જોઈએ તો ઉદાહરણ તરીકે  $0$  અલ્પવિરામ  $1$  આ તેના વર્તુળ પર છે તેવી જ રીતે એક અલ્પવિરામ શૂન્ય વર્તુળ પર પણ છે આપણી પાસે વર્તુળ પર એક શૂન્ય અલ્પવિરામ છે અને વર્તુળ પર એક અલ્પવિરામ શૂન્ય છે જેનો અર્થ એ છે કે આ આપણને શું કહે છે તેથી ધારો કે હું સેટ લખું તો મને સેટને કૉલ કરવા દો અને કેટલાક લોકો ધારો કે  $s$  છે તેમ કહી દો.

હવે કોસ  $b$  નું સ્વરૂપ છે કારણ કે શૂન્ય અલ્પવિરામ એક કોસ  $b$  નો છે જે સૂચવે છે કે  $1 b$  નો છે તેવી જ રીતે જોડી  $1$  અલ્પવિરામ  $0$  એ કોસ  $b$  નો છે જે સૂચવે છે કે  $1 a$  નો છે જ્યારે જોડી એક અલ્પવિરામ એકનો નથી  $s$  માટે કારણ કે તે શા માટે એક ચોરસ વત્તા એક ચોરસ છે જે હકીકતમાં બે છે એક સમાન નથી

તેથી એક અલ્પવિરામ એક  $s$  સાથે સંબંધિત નથી

તેથી  $s$  એ તમામ જોડીનો સમૂહ છે જે વર્તુળ પર સ્થિત છે તે કાર્ટેશિયન ઉત્પાદન નથી બે સેટના બધા સેટ આ  $e$  ઉદાહરણ આપણને બે હકીકત આપે છે કે બધા સેટને કાર્ટેશિયન પ્રોડક્ટ તરીકે લખી શકાય તેમ નથી, જોકે એક સેટમાં જોડી ઓર્ડર કરી શકાય છે તેનો અર્થ એ નથી કે તે બે સેટની કાર્ટેશિયન પ્રોડક્ટ છે.

ઉદાહરણ તરીકે યાલો કેટલીક ટીકા કરીએ પ્રથમ ધારો કે તમારી પાસે બે સેટ છે યાલો આપણે કોસ જોઈએ  $b$  કોસ બી અને બી કોસને ધ્યાનમાં લઈએ અને આ બે સેટ એક સમાન છે કયા આધારે અને કેવી રીતે કોસ  $b$  માં તત્વોનો સમાવેશ થાય છે અલ્પવિરામ  $b$  સ્વરૂપ આ એક કોસ  $b$  છે જેમાં  $a$  માં  $a$  અને  $b$  માં  $b$  આ એક કોસ  $b$  છે જ્યારે અન્ય એક  $b$  કોસ  $a$  માં બધી વિરોધી જોડી  $b$  અલ્પવિરામ હોય છે જેમ કે  $b$  માં  $b$  અને  $a$  માં  $j$  પ્રશ્ન છે શું આપણે તેને  $a$  માં  $a$  અને  $b$  માં  $b$  તરીકે ન લખી શકીએ ત્યાં તેને  $a$  માં  $a$  અને  $b$  માં  $b$  લખવામાં કોઈ ફરક નથી પરંતુ માત્ર આ ક્રમમાં જ અર્થ થાય છે કારણ કે આ ક્રમને કારણે આ બે સેટ તદ્દન અલગ છે આ જોડી જેથી અલ્પવિરામ  $b$  એ  $b$  અલ્પવિરામ  $a$  ની બરાબર નથી જેનો અર્થ કોસ  $b$  અને  $bc$  થાય છે  $ross$   $a$  એ તદ્દન અલગ સેટ છે હવે બીજી એક બીજી વસ્તુ બે ઘટકોને આપેલ અલ્પવિરામ  $b$  અને  $c$  અલ્પવિરામ  $d$  કોસ  $b$  માંથી આપણે કહીએ છીએ કે અલ્પવિરામ  $b$  એ  $c$  અલ્પવિરામ  $d$  બરાબર છે જો  $a$   $c$  ની બરાબર અને  $b$  બરાબર  $d$  તો તે શું કહે છે કે જોડી  $y$  અથવા દરેક પોઝિશન પર તત્વ પ્રથમ સ્થાન સાથે મેળ ખાતું હોવું જોઈએ ડાબી બાજુએ આપણી પાસે  $a$  છે અને જમણી બાજુએ પ્રથમ તત્વ  $c$  પ્રથમ સ્થાન છે તેવી જ રીતે બીજી સ્થિતિ માટે આપણી પાસે  $b$  છે અને અહીં આપણી પાસે  $d$  છે આ બે મેચ થવી જોઈએ જો આ બે દરેક સ્થાન પર મેળ ખાય તો આપણે કહીએ કે આ ક્રમાંકિત જોડી તેઓ સમાન છે

તેથી યાલો આપણે એક ઉદાહરણ જોઈએ અથવા સમસ્યા જોઈએ ધારો કે  $x$  ઓછા અડધા વત્તા  $y$  અલ્પવિરામ  $x$  વત્તા હાફ વત્તા  $yx$  આ બે અલ્પવિરામ ત્રણ બરાબર છે જમણે આપણી પાસે  $x$  ઓછા અડધા વત્તા  $y$  છે અને ઓર્ડર કરેલ જોડી  $x$  ઓછા અડધા વત્તા  $y$  અને  $x$  વત્તા અડધા ઓછા  $y$  આ બે અલ્પવિરામ ત્રણ શોધો  $x$  અને  $y$  સમાન છે

તેથી ડાબી બાજુ આપણી પાસે ઓર્ડર કરેલ જોડી છે અને જમણી બાજુએ આપણે ઓર્ડર કરેલ જોડી હોય અને જે આપવામાં આવે છે તે છે આ બે ક્રમાંકિત જોડી તેઓ સમાન છે તો આને કેવી રીતે હલ કરવું તે શું છે જે અમને આપવામાં આવ્યું છે તે છે કે ઓર્ડર કરેલ જોડી મને સારી રીતે લખવા દો  $x$  વત્તા વાય ઓછા અડધા અને  $x$  ઓછા  $y$  વત્તા અડધા બે અલ્પવિરામ ત્રણ છે જેથી તેનો અર્થ થાય તે  $x$  વત્તા વાય ઓછા અડધા સમાન બે બરાબર બે અને  $x$  ઓછા વાય વત્તા અડધો આ બરાબર ત્રણ છે તો યાલો આને હલ કરીએ યાલો આ બે વસ્તુઓ ઉમેરીએ તે શું આપે છે કે બે  $x$  બરાબર પાંચ જે સૂચવે છે કે  $x$  બરાબર પાંચ બાય બે હવે યાલો આપણે સમીકરણોનો સમાન સમૂહ લખીએ  $x$  વત્તા  $y$  ઓછા અડધા બરાબર બે અને  $x$  ઓછા  $y$  વત્તા અડધા બરાબર ત્રણ યાલો પ્રથમને બાદ કરીએ પહેલા બીજામાંથી બાદ કરીએ જેથી  $x$  હવે  $x$  રદ થાય અને આપણી પાસે જે હશે તે છે બે  $y$  ઓછા એક બરાબર માર્શનસ વન માફ કરશો ઓછા આહ બે  $y$  ઓછા એક બરાબર ઓછા એક જે બતાવે છે કે  $y$  શૂન્ય છે

તેથી  $x$  અને  $y$

તેથી  $x$  બરાબર  $phi$  બાય  $2$  અને  $y$  બરાબર  $z$  દંડ હવે યાલો આપણે કેટલાક વધુ ઉદાહરણો જોઈએ આહ તો આહ કેટલાક વધુ  $exa$   $mples$  ધારો કે  $a$  એ સમૂહ છે અને અમને આપવામાં આવે છે કે શૂન્ય અલ્પવિરામ એક ઓછા એક અલ્પવિરામ શૂન્ય એક કોસમાં છે અને શોધો કે તે શું છે તે આપણે જાણીએ છીએ કે બે જોડીએ જોડી શૂન્ય અલ્પવિરામ વન અને ઓછા એક અલ્પવિરામ શૂન્ય અથવા કોસમાં આદેશ આપ્યો છે એક પહેલો પ્રશ્ન કેવી રીતે શોધવો કે જે આપણે પૂછવા માંગીએ છીએ કે ફૂવામાં કેટલા તત્વો શક્ય છે  $0$  અલ્પવિરામ  $1$  એ એએ કોસ  $a$ નો છે જે સૂચવે છે કે શૂન્ય એનું છે અને એક સમાન માર્શનસ વન અલ્પવિરામ શૂન્ય સાથે સંબંધિત છે કોસ  $a$  જેનો અર્થ થાય છે કે માર્શનસ વન એ  $a$ નો છે અને શૂન્ય એ  $e$ નો છે

તેથી અમને જે માહિતી આપવામાં આવી છે તેના આધારે આપણે જાણીએ છીએ કે માર્શનસ વન શૂન્ય એક આ સેટ બરાબર આપણો  $a$  છે

તેથી  $a$  માં ત્રણ તત્વો ઓછા એક શૂન્યનો સમાવેશ થાય છે

અને

તેથી એક કોસ એ માર્શનસ વન માર્શનસ વન માર્શનસ વન શૂન્ય માર્શનસ વન એક શૂન્ય બાદ એક શૂન્ય શૂન્ય શૂન્ય એક એક બાદબાકી એક શૂન્ય જેવો દેખાશે અને છેલ્લે

એક કોસ એ બરાબર નવ તત્વો સમાવે છે

તેથી ચાલો તેને ફરી એક ટીકા તરીકે લખીએ કે જો  $a$  અને  $b$  એ બે ઘટકોની સંખ્યા સાથે  $a$  ના ઘટકોની સમાન સંખ્યા સાથે અને  $b$

ના તત્વોની સંખ્યા  $q$  તરીકે હોય તો તેની સંખ્યા કોસ  $b$  માં તત્વો  $pq$  છે

તેથી કોસ  $b$  માં તત્વોની કુલ સંખ્યા એ એક ગુણના તત્વોની કુલ સંખ્યા છે  $b$  માં તત્વોની કુલ સંખ્યા

તેથી કોસ  $b$  ના તત્વોની કુલ સંખ્યા તત્વોની કુલ સંખ્યા જેટલી છે એક વખતમાં  $b$  માં તત્વોની કુલ સંખ્યા જમણી બાજુએ છે

તેથી ચાલો આપણે છેલ્લા ઉદાહરણ પર જોઈએ, ચાલો આપણે પાછલા ઉદાહરણને ફરી એક વાર જોઈએ જે સેટ  $a$  આપણને જે મળ્યું તે માઈનસ એક શૂન્ય અને એક એટલે  $a$  ના તત્વોની સંખ્યા ત્રણ છે તેનો અર્થ એવો થાય છે કે કોસ  $a$  ના તત્વોની સંખ્યા એ એક ના તત્વોની સંખ્યાની સંખ્યા જે ત્રણ ગુણ્યા ત્રણ હશે જે નવ છે પણ હવે ચાલો જોઈએ કે ચાલો ફરી એક વાર શું લખીએ આ કોસ એ એક બાદબાકી છે એક બાદબાકી એક ઓછા એક શૂન્ય ઓછા એક એક શૂન્ય ઓછા એક શૂન્ય શૂન્ય એક બાદબાકી એક શૂન્ય એક શૂન્ય અને છેલ્લે એક એક તત્વોની સંખ્યા ગણવા દે જેથી તમે નોંધ કરી શકો કે દરેક તત્વ સાથે આપણે બીજા ત્રણ વધુ તત્વો સાથે જોડી બનાવી રહ્યા છીએ આમ આપણે નવ તત્વો સાથે સમાપ્ત થયા છે

તેથી કોસ અર્ધને નવ તત્વો મળ્યા છે હવે ચાલો આપણે વધુ એક ઉદાહરણ કરીએ એક સમૂહ જેનું કાર્ટેશિયન ઉત્પાદન પોતાની સાથે જેની કાર્ટેશિયન ઉત્પાદન પોતાની સાથે કે જે કોસ  $a$  છે તેને 16 તત્વો મળ્યા છે

તેથી આપણે એક સેટ આપવામાં આવે છે કે જ્યારે તમે  $a$  નું કાર્ટેશિયન ઉત્પાદન પોતાની સાથે લેશો તો તેમાં 16 તત્વો હશે આ પ્રથમ સંકેત છે જે આપણને આપવામાં આવે છે તેનો અર્થ એ છે કે કોસ  $a$  ને 16 તત્વો મળ્યા છે જેનો અર્થ એ છે કે  $a$  પાસે છે.

4 એલિમેન્ટ્સમાં 4 એલિમેન્ટ્સ બરાબર હશે હવે ધારો કે ધારો કે આપણે જાણીએ છીએ ધારો કે આપણે જાણીએ છીએ કે એક અલ્પવિરામ બે અને ત્રણ અલ્પવિરામ ચાર એક કોસમાં છે  $a$  શીઘ્ર

અને એક કોસ કેવી રીતે શીઘ્ર શકાય અને પ્રથમ ઓ કોસ કેવી રીતે કરવો .

અમે અહીં જે અવલોકન કર્યું છે તે એ છે કે કોસ  $a$  ના ઘટકોની સંખ્યા 16 આપવામાં આવી છે તે સૂચવે છે કે આપણે અગાઉની ટિપ્પણીમાં કર્યું હતું કે  $a$  ના તત્વોની સંખ્યા ચાર થશે હવે જોડી એક અલ્પવિરામ બે છે.

આ કોસ  $a$  માં છે અને

તેથી તેનો અર્થ એ છે કે એક અને બે તેઓ બંને સમાન રીતે ત્રણ અલ્પવિરામમાં છે ચાર તેઓ એક કોસ  $a$  માં છે જે સૂચવે છે કે ત્રણ અને ચાર બંને છે

તેથી સમૂહ  $a$  માં ચાર તત્વો એક બે ત્રણનો સમાવેશ થાય છે અને ચાર હવે એક કોસ  $a$  તેમાં 1 થી 4 ની વચ્ચે લાઈક્સની વચ્ચે પડેલા તત્વોના ક્રમ સાથે જોડી સાથે તમામ 16 તત્વો

હશે, આ એક અલ્પવિરામ બે એક અલ્પવિરામ ત્રણ એક અલ્પવિરામ ચાર વેલ એક અલ્પવિરામ એક બે હશે અલ્પવિરામ એક બે અલ્પવિરામ બે અલ્પવિરામ ત્રણ બે અલ્પવિરામ ચાર ત્રણ અલ્પવિરામ એક ત્રણ અલ્પવિરામ બે ત્રણ અલ્પવિરામ ત્રણ ત્રણ અલ્પવિરામ ચાર ચાર અલ્પવિરામ એક ચાર અલ્પવિરામ બે ચાર અલ્પવિરામ ત્રણ અને અંતે ચાર અલ્પવિરામ ચાર

તેથી આ સંભવિત 16 તત્વો હકીકતમાં છે કોસના  $y$  શક્ય 16 તત્વો  $a$  ચાલો આપણે ભૂમિતિમાંથી એક વધુ ઉદાહરણ કરીએ અને તેના આધારે ઉચ્ચ ઉદાહરણો આપવાનો પ્રયાસ કરીએ આપણામાંથી મોટાભાગના લોકો જાણે છે કે આર ટુ બે પરિમાણીય પ્લેન શું છે આ  $r$  બે આર બે શું છે આમાં વાસ્તવિક સંખ્યાઓ તરીકે  $x$  અને  $y$  સાથેની તમામ ક્રમાંકિત જોડી  $x$  અલ્પવિરામ  $y$  નો સમાવેશ થાય છે

જ્યાં  $x$  અને  $y$  વાસ્તવિક સંખ્યાઓ છે તમે નોંધ કરી શકો છો કે આ બરાબર  $r$  કોસ  $r$  ની બરાબર છે

તેથી આ કાર્ટેશિયન ઉત્પાદન માટે એક ઉદાહરણ છે જેથી સામાન્ય બે પરિમાણીય સમતલ ખરેખર વાસ્તવિક સંખ્યાઓનું કાર્ટેશિયન ઉત્પાદન છે, ચાલો આપણે એક જ વસ્તુ  $r$  બેને પણ જુદા જુદા દૃષ્ટિકોણથી જોઈએ, ચાલો નીચેની આકૃતિને જોઈએ અને ધારો કે હું અહીં છું અને મારી પાસે માત્ર એક જ વસ્તુ છે જે આપણને આપવામાં આવી છે.

નીચેની માહિતી એક  $r$  છે

જે મૂળથી આ બિંદુ સુધીનું બરાબર અંતર છે આ મારો બિંદુ છે  $pi$  પાસે એક બિંદુ  $p$  છે અને મને આ અંતર  $r$  આપવામાં આવ્યું છે અને તે  $x$  અક્ષ સાથે જે કોણ બનાવે છે તે આ બે વસ્તુઓ છે જે મને આપવામાં આવ્યું છે કે મને તેને થીટા તરીકે બોલાવવા દો જેથી આ  $r$  બે હું તેને લખી શકું તે બધા ઓર્ડર કરેલા જોડી  $r$  અલ્પવિરામ થીટા સાથે  $r$  પોઝિટિવ વેલ  $r$  પોઝિટિવ અને 180 ડિગ્રી કરતા ઓછા થીટા કરતા 0 ઓછા અથવા બરાબર અથવા હકીકતમાં 180 નહીં 360 ડિગ્રી સાચા બનો તમારી પાસે હકીકતમાં આ ઘણી બધી વસ્તુઓ છે

તેથી મારે ફક્ત  $r$  બે જ રીતે દૂર કરવું જોઈએ નહીં જે રીતે મેં પરત કર્યું છે તે હોવું જોઈએ મારે દૂર કરવું જોઈએ આમાં મૂળ શૂન્ય અલ્પવિરામ શૂન્ય શામેલ નથી જેથી હું આ શૂન્ય અલ્પવિરામ શૂન્યનો સમાવેશ કરું મારે તેને અહીં શૂન્ય કરતાં વધુ અથવા બરાબર તરીકે પરત કરવું જોઈએ

તેથી જ્યારે અંતર આપણને જોઈએ છે તે અંતર થોડું હકારાત્મક છે જે આપણે અપેક્ષા રાખીએ છીએ પરંતુ જો તમે આને જુઓ તો આ સમૂહ બેનું કાર્ટેશિયન ઉત્પાદન છે સેટ આ તે છે જેને ધ્રુવીય કોઓર્ડિનેટ્સ તરીકે ઓળખવામાં આવે છે જે તમારામાંથી મોટાભાગના લોકોએ

ભૂમિતિના કોર્સમાં જોયા જ હશે જે તમારી પાસે ધ્રુવીય કોઓર્ડિનેટ્સનો સેટ છે પરંતુ આ સેટ લગભગ કાર્ટેશિયન પ્રોડક્ટ જેવો છે જે અમારી પાસે અધિકાર છે પરંતુ કોઈપણ રીતે જો હું છું  $inc$  પર જઈ રહ્યા છીએ લ્યુડ આર શૂન્ય કરતાં વધુ હું તેને લખી શકું છું આ એક કાર્ટેશિયન હશે આ એવું લાગે છે કે તે કાર્ટેશિયન ઉત્પાદન નથી માફ કરશો એવું લાગે છે કે તે કાર્ટેશિયન ઉત્પાદન નથી પણ કોઈ તેને કાર્ટેશિયન ઉત્પાદન તરીકે લખી શકે છે આ સેટ કેવી રીતે લખવો બરાબર તે બધા  $r$  માં  $r$  જેમ કે  $r$  શૂન્ય કરતા વધારે તે તમામ થીટા કોસ જેમ કે શૂન્ય ત્રણ સાઠ ડિગ્રી કરતા ઓછા થીટા કરતા ઓછા અથવા સમાન આ કાર્ટેશિયન ઉત્પાદન દંડ માટેનું ઉદાહરણ

છે

તેથી હવે આ બધી વસ્તુઓ કહ્યા પછી મને દો કાર્ટેશિયન ઉત્પાદન પર વધુ એક ટિપ્પણી કરો જો  $a$  અને  $b$  અથવા કોઈપણ બે સેટ જેમાં ઓછામાં ઓછો એક અનંત હોય તો [સંગીત] કોસ  $b$  પણ એક અનંત સમૂહ છે અગાઉના કિસ્સામાં બંને સેટ અનંત છે અને તેથી કાર્ટેશિયન ઉત્પાદન એ પણ અનંત છે

તેથી ચાલો એક સરળ ઉદાહરણ કરીએ તે શું છે કે જે આપણી પાસે વધુ એક ઉદાહરણમાં છે ચાલો આપણે એક નાનું નાનું  $b$  અને નાનું  $c$  અને કેપિટલ  $b$  તરીકે 1 2 3 વગેરે વગેરે હવે કોસ  $b$  પસંદ કરીએ.

ચાલુ  $a$  in  $a$  અલ્પવિરામ 1  $a$  અલ્પવિરામ 2 ડોટ ડોટ  $b$  અલ્પવિરામ 1  $b$  અલ્પવિરામ 2 ડોટ ડોટ ડોટ અને  $c$  અલ્પવિરામ 1  $c$  અલ્પવિરામ 2 ડોટ ડોટ આમ છતાં  $a$  મર્યાદિત છે પરંતુ  $b$  અનંત હોવાથી આ કહે છે કે કોસ  $b$  અનંત છે હવે ચાલો એક કરીએ વધુ ઉદાહરણ આ ફરી એક પરિચિત ઉદાહરણ છે જે આપણા બધા માટે જાણીતું છે, ચાલો પહેલા આપણે આર શ્રી જોઈએ ત્રણ પરિમાણીય પ્લેન આ સામાન્ય છે જે આપણે ત્રિ-પરિમાણીય પ્લેન જોઈએ છીએ આ ત્રિ-પરિમાણીય એક આર ત્રણ આ શું છે? બધા જાણતા બધા  $xyz$  ત્રિપુટીઓનો સમાવેશ કરે છે

જેમ કે  $xy$  અને  $z$  ત્રણેય વાસ્તવિક સંખ્યાઓ છે પ્રશ્ન એ છે કે શું આ બે સેટનું કાર્ટેશિયન ઉત્પાદન છે આને જોવાની બે રીત છે એક અમે આ સમૂહને બે સેટના કાર્ટેશિયન ઉત્પાદન તરીકે ઓળખવાની પ્રયાસ કરીએ છીએ પહેલા અને પછી ચાલો જોઈએ કે હું આને કૌંસમાં  $y$  અલ્પવિરામ  $z$  માં  $x$  અલ્પવિરામ તરીકે પણ લખી શકું એવી બીજી કઈ શક્યતા છે કે  $xy$  અને  $z$  આ બધી વાસ્તવિક સંખ્યાઓ છે જ્યારે મારી પાસે આ હોય ત્યારે હું તેને  $r$  કોસ  $r$  બે તરીકે લખી શકું છું કુદરતી પ્રશ્ન

તેથી જ હું સેપા કરી શકતો નથી  $xyz$  ને  $x$  અલ્પવિરામ તરીકે રેટ કરો  $y$  અલ્પવિરામ  $z$  હા  $y$  આ રીતે  $x$  અલ્પવિરામ  $y$  અલ્પવિરામ  $z$  ને પ્રથમ બે એન્ટ્રી તરીકે રેટ કરો અને પછી ત્રીજી એન્ટ્રી માટે અલ્પવિરામ દ્વારા અલગ કરો કેમ કે આ એક નથી, તો આ હકીકતમાં આ સાચું છે અને વ્યક્તિ  $r$  ઓળખી શકે છે ત્રણ સાથે  $r$  બે કોસ  $r$

તેથી આપણે શું કર્યું છે કે પ્રામાણિક જે આપણે પ્રકૃતિમાં જોઈએ છીએ તે ત્રિ-પરિમાણીય સમતલ બે સેટના કાર્ટેશિયન ઉત્પાદન તરીકે લખાયેલ છે જે આ તબક્કે એક કુદરતી પ્રશ્ન ઊભો થાય

છે કે શું આ લખવું શક્ય છે?  $r$  કોસ  $r$  કોસ  $r$  એ અર્થપૂર્ણ છે હા કોઈ  $r$  3 ને  $r$  કોસ  $r$  કોસ  $r$  તરીકે લખી શકે છે હવે  $r$  કોસ  $r$  ના આ તીરંદાજનો અર્થ શું છે તો ચાલો આપણે એક ડગલું આગળ વધીએ અને કલ્પનાને વ્યાખ્યાયિત કરવાનો પ્રયાસ કરીએ તો ચાલો વ્યાખ્યા સાથે શરુઆત કરો એક એ બે અને ત્રણ ને ત્રણ સેટ થવા દો પછી એક એ બે અને ત્રણ નો કાર્ટેશિયન ગુણાંક જે એક કોસ  $a$  2 કોસ  $a$  3 ને 1 કોસ  $a$  2 કોસ  $a$  3 બધા માટે સમાન તરીકે વ્યાખ્યાયિત કરવામાં આવે છે તે ત્રિપુટીઓ એક એક બે નાની એક નાની બે નાની ત્રણ જી સાથે જો કે એક કેપિટલમાં એક નાનું બે કેપિટલમાં બે અને નાનામાં ત્રણ કેપિટલમાં ત્રણ પહેલા કેસમાં આપણે જે જોડીનો ઓર્ડર આપ્યો હતો અથવા ચાલો જોઈએ બે ટ્યૂપલ હવે આપણી પાસે ત્રિપુટી છે કે ત્રણ ટ્યૂપલ ત્રણ ટ્યૂપલ છે પ્રથમ તત્વ એક બીજા તત્વમાંથી આવે છે તે બેમાંથી આવે છે અને ત્રીજું તત્વ ત્રણમાંથી આવે છે

તેથી હવે ચાલો આપણે ત્યાં  $r$  ત્રણના અમારા અગાઉના ઉદાહરણ પર પાછા જઈએ

, ત્રિ-પરિમાણીય સમતલ

so  $r$  ત્રણ

તેથી આ બરાબર સમાન છે  $r$  કોસ  $r$  કોસ  $r$

તેથી આ ત્રણ સેટ સાથેના કાર્ટેશિયન ઉત્પાદન માટેનું ઉદાહરણ છે

ત્રણ સેટનું કાર્ટેશિયન ઉત્પાદન ચાલો સ્ટેજ પર વધુ એક સમસ્યા કરીએ એમ માની લઈએ કે અમને આ એક  $x$  વત્તા  $y$  વત્તા  $z$  અલ્પવિરામ  $x$  ઓછા  $y$  માઈનસ  $z$  અને  $x$  વત્તા વાય માઈનસ  $z$  આ એક બે ત્રણની બરાબર છે ધારો કે આ તે જ છે જે આપણને  $xy$  અને  $z$  શોધવા માટે આપવામાં આવે છે તો તમને આ સમસ્યા કેવી રીતે હલ કરવી

તેથી આ સમસ્યાના ઉકેલ સાથે આગળ વધતા પહેલા ચાલો એક બનાવીએ.

વધુ ટિપ્પણી જે અમે જે અમે બે સેટના બે કાર્ટેશિયન ઉત્પાદનના કિસ્સામાં જે ટિપ્પણી કરી છે તે જ છે જો  $a_1$   $a_2$   $a_3$  અથવા કોઈપણ ત્રણ સેટ જો તમારી પાસે કોઈ ત્રણ સેટ હોય તો અને જો એમ હોય તો જો તમારી પાસે કોઈ ત્રણ સેટ હોય અને જો ત્રિપુટી એક હોય એ બે એ ત્રણ અને એ પણ ત્રિપુટી એ એક આડંબર એક બે આડંબર એ ત્રણ આડંબર જો તમને ખબર હોય કે આ બે ત્રિપુટીઓ એક કોસ અને બે કોસ એ ત્રણની છે અને એ પણ તમે જાણો છો કે ત્રિપુટી એક અને બે એ 3 એ 1 ડેશ 2 ડેશ અને 3 ડેશ ની બરાબર છે જે સૂચવે છે કે 1 બરાબર 1 ડેશ અને બે બરાબર બે ડેશ અને ત્રણ બરાબર ત્રણ ડેશ જેનો અર્થ છે કે દરેક સ્થાને તેઓ  $i$  સાથે મેળ ખાતા હોવા જોઈએ છો કોડ દરેક કોઓર્ડિનેટ દરેક સ્થાન પર અથવા દરેક સ્થાન પર મેળ ખાતો હોવો જોઈએ તો જ તમે કહો છો કે તે ત્રિપુટીઓ બે ત્રિપુટી સમાન છે જો તે દરેક સંકલન મુજબ અથવા દરેક સ્થાન મુજબ જો સંખ્યાઓ જો વાસ્તવિક સંખ્યાઓ જો તત્વો મેળ ખાતી હોય તો તમે કહો છો કે આવા બે ત્રિપુટી સમાન છે હવે ચાલો આપણે  $th$  પર જઈએ  $e$  સમસ્યાનો ઉકેલ આ સમસ્યાને કેવી રીતે હલ કરવી તે જે આપવામાં આવ્યું છે તેના આધારે આ સમસ્યાનું નિરાકરણ શું છે જે આપણને આપવામાં આવ્યું છે તે છે કે ડાબી બાજુએ આપણને ત્રિપુટી  $x$  વત્તા  $y$  વત્તા  $zx$  ઓછા  $y$  ઓછા  $zx$  વત્તા  $y$  ઓછા  $z$  સમાન ત્રિપુટી વન આપવામાં આવે છે.

ઉપરોક્ત ટિપ્પણીના આધારે બે ત્રણ એમ કહી શકાય કે  $x$  વત્તા  $y$  વત્તા  $z$  બરાબર એક  $x$  ઓછા  $y$  ઓછા  $z$  બરાબર બે અને  $x$  વત્તા  $y$  ઓછા  $z$  બરાબર ત્રણ, ચાલો હું આ નંબરને કોલ કરું દરેક સમીકરણ એક બે અને 3 ઉમેરીને 1 અને 2 આપણને બે  $x$  બરાબર ત્રણ મળે છે જે સૂચવે છે કે  $x$  બરાબર ત્રણ બાય બે હવે એક અને ત્રણ ઉમેરીને જો હું એક અને ત્રણ ઉમેરવા જઈશ તો મારી પાસે શું હશે આપણને બે  $x$  વત્તા બે  $y$  બરાબર ચાર મળશે પણ આપણે શું જાણીએ છીએ શું  $x$  એ ત્રણ બાય બે છે તો ચાલો હું  $x$  ને બદલે ત્રણ બાય બે લઈએ જેથી તેનો અર્થ થાય કે બે બાય ત્રણ બાય બે વત્તા બે વાય બરાબર ચાર એટલે બે વાય બરાબર ચાર એટલે બે બાય ત્રણ બાય બે જે ત્રણ ચાર થાય માઈનસ ત્રણ જે એક છે જે સૂચવે છે કે  $y$  એક બાય બે છે જે આખરે અડધુ છે ચાલો જોઈએ પહેલા એક  $x$  વત્તા  $y$  વત્તા  $z$  બરાબર એક આ તે છે જે મારી પાસે છે  $x$  ની કિંમત ત્રણ બાય બે છે અને  $y$  ની કિંમત એક

બાય બે વત્તા  $z$  બરાબર છે જેનો અર્થ ત્રણ બાય બે વત્તા એક છે બે દ્વારા બે જે બે વત્તા  $z$  એક છે જે સૂચવે છે કે  $z$  બરાબર માઈનસ વન છે  
તેથી  $xy$  અને  $z$  ની કિંમતો અનુક્રમે ત્રણ બાય બે એક બાય બે અને માઈનસ વન છે  
તેથી હવે પછીના લેક્ચરમાં આપણે તેના આધારે કેટલીક વધુ સમસ્યાઓ કરીશું અને તે પણ કાર્ટેશિયન ઉત્પાદન અને કાર્ટેશિયન ઉત્પાદનના સબસેટ્સ માટે કેટલાક વધુ ઉદાહરણો કરશે આભાર તમારો આભાર

Prutor@IITK