

ہم آخری کلاس میں ویکٹر کی کارروائیوں پر اپنی بحث کو جاری رکھیں گے ہم نے دیکھا کہ ایک ویکٹر کو اس کے کارٹیشین اجزاء کے ساتھ کیسے کے ساتھ  $\vec{z}$  محور  $x$  کو بیٹ کے ساتھ یونٹ ویکٹر کی علامت کے طور پر استعمال کیا جہاں  $k$  اور  $z$  حل کیا جا سکتا ہے اور ہم نے محور کے ساتھ ایک اکائی ویکٹر ہے اور ہم نے جو دکھایا وہ یہ تھا کہ ایک ویکٹر  $kz$  محور کے ساتھ اکائی ویکٹر ہے اور  $y$  اکائی ویکٹر تھا۔ کیا ہے  $b$  کے طور پر کیسے لکھا جا سکتا ہے اسی طرح اگر ہمارے پاس دوسرا ویکٹر  $azk$  جمع  $ayz$  جمع  $axi$  کو  $a$  کے طور پر لکھا جا  $bxi$  جمع  $byz$  plus  $bzk$  vector  $b$  کو بھی ساتھ حل کیا جا سکتا ہے۔ ان اجزاء کو اس لیے vector  $b$  vector  $b$  کے ساتھ کارٹیشین محور کی سم

توں کے ساتھ ویکٹر کو حل کرنے کا ایک فائدہ یہ ہے کہ ایک بار جب ہم ان سم

توں کے ساتھ ویکٹر کو حل کر لیتے ہیں

اس طرح ہے اور ہم ان کی جمع تلاش کرنا چاہتے  $b$  اور  $a$  تو ویکٹر کا اضافہ بہت آسانی سے کیا جا سکتا ہے اگر ہم نے ویکٹر کا اظہار کیا ہو۔ تلاش کرنا چاہتے ہیں  $b$  ہیں لہذا اگر ہم ایک جمع

تو اگر وہ آسانی سے ہوسکتے ہیں

کے طور پر لکھا جا سکتا ہے۔ آسان  $k$  اوقات  $az$  جمع  $z$  جمع کے حساب سے  $ay$  جمع  $i$  اوقات  $bx$  تو اسے براہ راست جمع ویکٹرز کو اسکیلر سے ضرب یا کسی چیز کو اسکیلر سے گھنایا جاتا ہے  $e$  اگر ہمیں ان کو بھی شامل کرنا ہے۔

اگر ہمیں اس رقم کو تلاش کرنا ہے  $b$  تو ہم اسی طرح کی پیروی کرسکتے ہیں مثال کے طور پر  $2$  بار مانس تین گنا

$bzk$  جمع  $byz$  جمع  $bxi$  times مانس تین کے برابر ہوگا۔  $azk$  جمع  $ayz$  جمع  $axi$  تو یہ دو گنا

$k$  گنا  $az$  جمع  $2$  times  $by$  مانس  $3$  جمع  $ay$   $2$  گنا  $bx$  مانس  $3$   $ax$  تو یہ برابر ہوگا دو

کارٹیشین محور کے ساتھ اجزاء کے ساتھ ایک ویکٹر کو حل کرنے سے ہماری مدد ہو سکتی ہے۔ اگلے کچھ کاموں کو آسان  $ah$  اس لیے  $ah$  تو بنانے میں ہم ویکٹرز کی مصنوعات کو بھی دیکھیں گے ہم نے ویکٹرز کے اضافے کو دیکھا ہے ہم نے ویکٹر کا گھٹاؤ دیکھا ہے اور ہم نے یہ بھی

دیکھا ہے کہ جب اسکیلر کو ویکٹر سے ضرب دیا جاتا ہے

تو ہم اس کے ساتھ کیسے نمٹتے ہیں ہم ویکٹر کی مصنوعات کی بات کرتے ہیں اب یہاں ہم جو دیکھتے ہیں وہ یہ ہے کہ دو ویکٹرز کا مجموعہ ایک ویکٹر ہے لیکن ہم ایک پروڈکٹ کے لیے ایک ہی چیز نہیں کہہ سکتے اور درحقیقت آپ دیکھیں گے کہ اس سطح پر ہم کہہ سکتے ہیں کہ مصنوعات

کی وضاحت کے دو طریقے ہیں۔ ویکٹرز کا مطلب ہے کہ ہم دو کی وضاحت کرتے ہیں۔ اب مختلف قسم کی مصنوعات اس لیے ہم ویکٹرز کی دو مختلف اقسام کی مصنوعات کی وضاحت کرتے ہیں اور یہاں ہم جو دیکھیں گے وہ یہ ہے کہ یہ دونوں مصنوعات ضرب کے تقسیم قانون کو پورا

پلس کی  $b$  اور  $a$  کے  $c$  اور  $a$  یہ  $c$  جمع سے لیتے ہیں۔  $b$  کی پیداوار ہے اس لیے ہم ضرب کو  $c$  جمع  $b$  اور  $a$  کرتی ہیں جو کہ پیداوار کے برابر ہوگا اور اس لیے پہلے پروڈکٹ کی پہلی قسم کی پہلی قسم کی وضاحت کریں جس کی ہم وضاحت کرتے ہیں

کہ دو ویکٹروں کی پیداوار جسے ہم اسکیلر پروڈکٹ کہتے ہیں یا کیونکہ ہم اس کے لیے ایک علامت ڈاٹ استعمال کرتے ہیں اسے ڈاٹ پروڈکٹ بھی کہا جاتا ہے اب ہم اس کی وضاحت کیسے کریں گے

ہیں اور جب ہم دونوں ویکٹرز کو ہم کے ساتھ ایک ساتھ رکھتے ہیں  $b$  اور ایک ویکٹر  $a$  تو ہمارے پاس دو ویکٹر ایک ویکٹر

کے درمیان کا زاویہ کوئی اس اضطراری  $b$  اور  $a$  تو ان کے درمیان زاویہ ہوتا ہے۔ وہ تھیٹا ہے اور یہ زاویہ دو زاویوں سے چھوٹا ہے کیونکہ کے درمیان بنتا ہے لیکن ہم اس زاویے کو چھوٹے دیکھتے ہیں اس لیے یہ زاویہ تھیٹا ہوگا۔  $\theta$  اور  $b$  اور  $a$  زاویے کو بھی دیکھ سکتا ہے جو

$grees$  ڈی کے درمیان  $180$

کی اسکیلر پروڈکٹ جس کی وضاحت کی جاتی ہے اس کو تین مقداروں کو ضرب دے کر  $b$  vector اور  $a$  تو اب ہم اسے دیکھتے ہیں ویکٹر کے درمیان زاویہ کا کوزائن  $b$  اور  $a$  کی میگنٹیوڈ ہے اور تیسری مقدار ہے  $b$  دیا جاتا ہے پہلی مقدار ویکٹر کی میگنٹیوڈ ہے دوسری ویکٹر

ڈاٹڈ علامت  $a$  کے ساتھ ڈاٹ  $b$  کے طور پر ظاہر کرتے ہیں اور ہم  $a$  جو تھیٹا کا کوزائن ہے اور اس طرح ہم جو لکھتے ہیں ہم اسے ویکٹر کے درمیان  $b$  اور  $a$  ٹائم کوزائن کی شدت تھیٹا کا جہاں تھیٹا ہے جیسا کہ میں نے  $b$  استعمال کرتے ہیں یہ ایک گنا کی شدت کے برابر ہے

زاویہ کی وضاحت کی ہے

تو اس پروڈکٹ کی وجہ یہ ہے کہ یہ سب اسکیلر ہیں یہ پروڈکٹ اسکیلر ہے لہذا ڈاٹ پروڈکٹ ہمیشہ اسکیلر ہے لہذا اب ہم ڈاٹ پروڈکٹ کی کچھ خصوصیات کو دیکھتے ہیں

کے برابر ہے اور یہ  $a$  کے ساتھ  $b$  کے ساتھ ڈاٹڈ ہے  $b$  تو پہلی پراپرٹی ہم دیکھتے ہیں کہ ایک اسکیلر پروڈکٹ بدلنے سے اس کا کیا مطلب ہے کی شدت کے برابر ہوگا۔ ہی ٹائم کوسائن تھیٹا این کی اوقات کی شدت  $a$  کے ساتھ ڈاٹڈ یہ  $b$  اس کی مصنوعات کی تعریف سے واضح ہے کیونکہ

یہ بار بار کوزائن تھیٹا کی ہی ٹائم میگنٹیوڈ کی میگنٹیوڈ ہو گی اس لیے یہ آہ ہوں گے یہ وہی ہے جو ڈاٹ پروڈکٹ اب ٹھیک نظر آئے گا جبکہ ایک  $d$  ڈاٹ ہی ایک اسکیلر ہے اس لیے دوسری پراپرٹی جو ہم دیکھتے ہیں وہ ہے جبکہ ایک ڈاٹ ہی ایک اسکیلر ہے یہ یا

کی شدت ہمیشہ مثبت ہوگی لہذا  $b$  کے زاویہ کی شدت پر منحصر ہوگا  $a$  تو مثبت یا منفی ہوسکتا ہے لہذا اس کا ایک نشان ہوسکتا ہے اور یہ بذریعہ دو کے درمیان ہے  $\pi$  نشان زاویہ تھیٹا پر منحصر ہوگا اگر زاویہ تھیٹا صفر اور

کے درمیان ہے  $\pi$  اور  $2\pi$  تو ایک ڈاٹ ہی مثبت ہوگا اور اگر تھیٹا

$a$  تو ایک ڈاٹ ہی منفی ہوگا لہذا اب کچھ اور چیزیں جو ہم اس کے بارے میں دیکھتے ہیں اگر ہم ڈاٹ پروڈکٹ کو دیکھیں۔ ایک ویکٹر کا اپنے ساتھ کے ساتھ ڈاٹڈ

تو یہ صفر ڈگری کے ٹائم کوسائن کے اوقات کی شدت کے سوا کچھ نہیں ہوگا لہذا یہ مربع کی شدت کے سوا کچھ نہیں ہوگا یا ویکٹر کی شدت کا کے برابر ہے  $\theta$  مربع ڈاٹ کی پیداوار ہے۔ دوسری چیز کے ساتھ ویکٹر کے ساتھ یہ دیکھتے ہیں کہ آیا ایک ڈی

تو ہم جو دیکھتے ہیں وہ ہے یا

کی شدت  $\theta$  ہے لیکن اگر ہم ان کو معمولی صورتیں کہہ سکتے ہیں لیکن اگر ایسا نہیں ہے  $b$  کی شدت  $\theta$  ہونی چاہیے یا  $a$  تو

کے لئے کھڑا ہونا  $b$  کو ویکٹر  $a$  تو تھیٹا کا کوسائن  $\theta$  کے برابر ہونا چاہیے اور اس کے لیے تھیٹا کا کوزائن  $\theta$  ہونا ہمیں یہ بتانے کا کہ ویکٹر ضروری ہے لہذا اگر ڈاٹ پروڈکٹ  $\theta$  ہے

تو دونوں ویکٹر کو کھڑا ہونا ضروری ہے اگر ان میں سے کوئی بھی  $\theta$  نہیں ہے اور بعض اوقات یہ بھی استعمال ہوتا ہے۔ ثابت کریں کہ  $2$  ویکٹر باہمی طور پر کھڑے ہیں اگر آپ کو یہ ثابت کرنا ہے

تو آپ ڈاٹ پروڈکٹ لیتے ہیں اور اگر آپ کو ڈاٹ پروڈکٹ  $\theta$  ملتا ہے

$a$  کے لیے کھڑا ہے اور ہم بعض اوقات ایک خاص اصطلاح بھی استعمال کرتے ہیں ہم کہتے ہیں کہ ویکٹر  $a$   $b$  تو آپ یہ دکھا سکتے ہیں کہ سے آرتھوگونل ہے لہذا یہ ایک اصطلاح ہے جسے ہم نے اب استعمال کیا ہے تیسری چیز اگر ہم دو یونٹ ویکٹر کی  $b$  لمبوت کہنے کے بجائے

اسکیلر مصنوعات کو دیکھیں

تو ان کے درمیان زاویہ کا کوسائن ہوگا

ڈاٹ پروڈکٹس تب بدلتی ہیں۔ ہمارے پاس ایک اور پراپرٹی ہے جو کہ تقسیم کی جائیداد ہے  $ah$  تو ہم نے پہلے ہی کمیوٹیو کو دیکھا ہے۔ پراپرٹی کہ



کا جزو دے گا اب یہ اسکیلر ہے  $eb$  کے ساتھ ساتھ  $eb$  والا ویکٹر لیں گے یہ ہمیں کے ویکٹر جزو کے طور پر  $eb$  کے ساتھ ساتھ  $a$  کے ساتھ ڈانڈ لیتے ہیں جسے ہم  $eb$  کے ساتھ  $eb$  تو ہم کیا کریں گے؟ کیا ہم ویکٹر پر کھڑا ہے  $eb$  حوالہ دے سکتے ہیں اور اب اگر ہم اس جزو کو تلاش کرنا چاہتے ہیں جو کے لیے کھڑا ہے اس لیے کچھ مسائل  $eb$  کا جزو دے گا جو  $a$  یہ ہمیں  $eb$  vector اوقات  $eb$  ڈانڈ کے ساتھ  $a$  مائنس  $a$  vector تو میں اس کی ضرورت پڑ سکتی ہے لیکن ایک چیز ہمیں سمجھنی ہوگی کہ اگر ہم کسی خاص سمت کے ساتھ کسی ویکٹر کے جز کی بات کریں تو ہم اسے لے کر حاصل کر سکتے ہیں۔ ہم ویکٹر کی ڈاٹ پروڈکٹ کو یونٹ ویکٹر کے ساتھ اس سمت کے ساتھ لے کر حاصل کرتے ہیں اب اگر میں اسی ویکٹر کے جزو کو دوسری سمت لے کر جاتا ہوں اصل  $eb$  تو میں اس ویکٹر کے ڈاٹ پروڈکٹ کو دوسرے کے ساتھ یونٹ ویکٹر کے ساتھ لے کر کر سکتا ہوں۔ سمت اب ان دو اجزاء کا مجموعہ ویکٹر کے برابر ہوں گے صرف اس صورت میں جب اجزاء کی سمتیں کھڑی ہوں اگر وہ کھڑے نہ ہوں دوبارہ نہیں ملے گا جو حقیقت میں اصل ویکٹر کے  $\theta$  اور  $2$  گنا کے درمیان واقع ہوگا لہذا اس کا مجموعہ اصل ویکٹر کے  $a$  تو ہمیں اصل ویکٹر برابر ہونے والے دو اجزاء صرف اس صورت میں ہوں گے جب اجزاء ایک دوسرے کے ساتھ کھڑے ہوں اب پہلی قسم کی مصنوعات کو دیکھ کر آئیے ہم دوسری مصنوعات یا دوسری قسم کی مصنوعات کو دیکھتے ہیں جسے دو ویکٹروں کی ویکٹر پروڈکٹ کہا جاتا ہے۔ اب اس پروڈکٹ کو اب کر اس پروڈکٹ بھی کہا جاتا ہے جیسا کہ ہم نے اسکیلر پروڈکٹ میں دیکھا کہ دو ویکٹرز کی پیداوار ایک اسکیلر تھی اس معاملے میں دو ویکٹروں کی ویکٹر پروڈکٹ ایک ویکٹر کی مقدار ہے یہ اسکیلر نہیں ہے اور پیشگی کورسز میں آپ بھی دیکھیں کہ یہ ایک محدود معنوں میں ایک ویکٹر ہے لیکن اپنے مقاصد کے لیے ہم اسے صرف اس طرح لیں گے کہ دو ویکٹروں کی ویکٹر کی پیداوار ایک ویکٹر ہے اب ہم اسے کیسے لکھیں فرض کریں کہ سے پہلے تھا لہذا ہم ایک ایسی مصنوع کی وضاحت  $vector\ b$  اور  $a$  جیسا کہ ہمارے پاس ایک ہی ویکٹر  $b$  اور  $a$  دو ویکٹر  $i$   $h$   $ave$  کر اس کرتے ہیں جسے ہم کہتے ہیں اس کی تعریف ایک ویکٹر کے طور پر کی  $b$  استعمال کرتے ہیں یا کر اس  $x$  کرتے ہیں جسے ہم اب علامت ہوتا ہے یعنی  $vector\ b$  اور  $a$  جاتی ہے جو پہلے ہے ہم اس کی سمت دیتے ہیں اس ویکٹر کی سمت طیارہ کے لیے نارمل ہے جس میں ویکٹر ایک ویکٹر بناتے ہیں جو اس ہوائی جہاز کے لیے کھڑا ہوتا ہے اب پہلے مجھے  $b$  دو ویکٹر ہمیشہ جہاز کو ایک کر اس  $b$  اور  $a$  اس کے اوپر بتائیں طول و عرض کے بارے میں بات کریں کیونکہ اس نارمل کی خود دو سمتیں ہو سکتی ہیں اور اس کی سمت ایک لمحے میں بتا دی جائے گی  $b$  ٹائم سائن کے اوقات کی شدت کے برابر ہو گی۔  $b$  اور کے درمیان کے زاویہ کے  $a$  کی شدت  $b$  تو ایک کر اس کے درمیان کے زاویہ کو تھیٹا کہتے ہیں  $b$  اور  $a$  تو اگر ہم کہوں گا  $c$  ٹائم سائن تھیٹا کے اوقات کی شدت کے برابر ہوگی اور میں اسے ویکٹر  $b$  کی شدت  $b$  تو کر اس  $gnitude\ of\ a\ times$  کے ساتھ اکائی ویکٹر کے طور پر لکھا جا سکتا ہے۔  $ma$  اوقات  $c$  کو  $c$  تو اب ہم کیا کہہ سکتے ہیں کیا ویکٹر کی سمت کا  $c$  دے گی لہذا  $ec$  کی سمت کیا ہے جو ہمیں  $c$  ہمیں ابھی بھی یہ بتانا ہے کہ  $magnitude\ of\ b\ times\ sin\ theta$  تعین دائیں ہاتھ کے دھاگے کے اصول سے ہوتا ہے اور یہ ایک مقررہ کنونشن ہے جسے ہم استعمال کرتے ہیں ہے  $b$  ہے ہمارے پاس ویکٹر  $a$  تو کیا ہم ایسا کرتے ہیں کہ ہمارے پاس ویکٹر کے درمیان چھوٹے زاویہ  $a$  اور  $b$  کی طرف ان کے درمیان سب سے چھوٹے زاویے سے گھمائیں گے ایک بار پھر ہم  $b$  کو  $a$  تو کیا ہم ویکٹر کو دیکھیں گے دوسرا زاویہ ہمیشہ ایک اضطراری رہے گا۔ زاویہ کی طرف گھماتے ہیں اب آپ میں سے جنہوں  $b$  کو  $a$  کے درمیان سب سے چھوٹے زاویے سے دیکھتے ہیں اب ہم  $b$  اور  $a$  تو ہم نے بیچ دیکھا ہے جب ہم سکرو کو گھماتے ہیں کی طرف بڑھاتا ہوں اور سکرو ایک دائیں ہاتھ کا دھاگہ پھر وہ سمت جس میں  $b$  کو  $a$  تو سکرو محوری سمت میں حرکت کرتا ہے لہذا اگر میں کی طرف اور جس سمت میں دائیں ہاتھ کا سکرو حرکت کرے  $b$  کو گھمائیں  $a$  کی سمت دے گا لہذا ہم  $b$  سکرو حرکت کرے گا جو ہمیں کر اس اب ایک اور طریقہ ہے جس میں ہم دیکھ سکتے ہیں۔ اس پر اور اسی کو ہم دائیں ہاتھ کے انگوٹھے کے  $c$  کی سمت دیتا ہے۔ یا  $b$  گا جو کر اس اصول کے طور پر کہتے ہیں اور جسے ہر کسی کے لیے دیکھنا آسان ہے اس لیے ہم کیا کرتے ہیں ہم دو ویکٹر کو لگاتے ہیں یہ ویکٹر ہے اور یہ ویکٹر ہے ہم دونوں ویکٹر کو ایک ساتھ ہم سے بدل دیتے ہیں اور اب نوٹس کرتے ہیں جب ہم یہ کر رہے ہیں تو ہمیں اس مشق کو دائیں ہاتھ سے کرنا ہوگا لہذا اگر آپ میں سے زیادہ تر جو یہ کر رہے ہیں اگر آپ دائیں ہاتھ ہیں تو اپنا قلم گرا دیں جب آپ یہ مشق کر رہے ہیں اگر آپ اپنا قلم پکڑے ہوئے ہیں تو زیادہ تر امکان ہے کہ آپ اسے اپنے بائیں ہاتھ سے کرنا جس سے آپ کو غلط نتیجہ ملے گا اس لیے یہ مشق آپ کے دائیں ہاتھ سے کرنی ہے آپ دائیں ہاتھ کو پکڑتے ہیں اور آپ جو کرتے ہیں وہ یہ ہے کہ آپ اپنے دائیں ہاتھ کی انگلیوں کو اس سمت میں گھمائیں جب ول گھومے۔ چھوٹے کی سمت  $b$  کی سمت گھماتے ہیں اور انگوٹھے کی سمت مجھے کر اس  $b$  سے  $a$  اس طرح میں ہم دائیں ہاتھ کو  $b$  اور  $a$  تو اس صورت میں  $ah$  دیتی ہے لہذا یہاں کی سمت میں اور جب ہم یہ کرتے ہیں  $b$  سے  $d$   $a$  تو ہم دونوں کو رکھ دیتے ہیں۔ ہم کے ساتھ ویکٹر ایک ساتھ اور دائیں ہاتھ کی انگلیوں کو گھماؤ کی طرف اشارہ کرتی ہے  $b$  کہ انگوٹھے کی سمت کر اس کی طرف مڑ رہا ہوں میرا انگوٹھا اندر یا نیچے کی  $b$  سے  $a$  کر رہا ہوں اس کا مطلب ہے کہ میں  $b$  تو اب آپ دیکھیں گے کہ کیا میں کر اس کر اس کرتا ہوں  $b$  طرف اشارہ کر رہا ہے۔ جیسا کہ آپ اب دیکھیں گے کہ اگر میں کی طرف موڑ دیتا ہوں اب آپ دیکھیں گے کہ انگوٹھا اوپر کی طرف  $a$  کی طرف رکھتا ہوں اور انہیں  $b$  تو اس کا مطلب ہے کہ میں اپنی انگلیاں وہ مخالف سمت  $b$  کر اس کر اس اور کر اس  $b$  اشارہ کر رہا ہے لہذا  $b$  کے مخالف سمت میں پوائنٹس کا مطلب ہے کہ ہم واضح طور پر کہہ سکتے ہیں کہ ایک کر اس  $a$  کر اس  $b$  توں کی طرف اشارہ کرتے ہیں کے مائنس کے اور یہ ہمیں یہ بھی بتاتا ہے کہ یہ پروڈکٹ کمیوٹیٹ نہیں ہے ڈاٹ پروڈکٹ بدلی تھی لیکن یہ دوسری چیز  $a$  کر اس  $b$  برابر ہے نہیں ہے۔ جس کا ہم اس پروڈکٹ کے بارے میں مشاہدہ کرتے ہیں وہ یہ ہے کہ اگر ہم ایک کر اس ہی پلس سی کو دیکھیں تو تقسیم کی تقسیم کی خاصیت اب بھی کام کرتی ہے یہ کر اس ہی پلس ایک کر اس سی کے برابر ہے پھر اگر ہم کر اس کو دیکھیں اس  $a$  اور  $a$  اب کیونکہ  $d$  کے درمیان زاویہ کے سائن سے ضرب کی شدت سے ضرب  $an$  کی شدت کے برابر ہوگا۔ ایک  $a$  تو یہ ہمیشہ صفر ہی رہے گا نہ صرف یہ کہ اگر  $a$  کے درمیان زاویہ صفر ہوگا اس لیے ایک کر اس  $a$  اور  $a$  زاویے کے ایک ہی ویکٹر سائن ہیں ہمارے پاس دو  $m$  ہیں  $b$  اور  $a$  توازی ویکٹر کے  $a$  ہے جو  $b$  اور دوسرا ویکٹر  $a$  تو اگر یہ ہے ایک ویکٹر صفر کے برابر ہوگا کیونکہ ان دو ویکٹروں کے درمیان زاویہ صفر ہے اب  $b$  توازی ہے پھر بھی آپ دیکھیں گے کہ اس معاملے میں ایک کر اس محور کے  $x$  کارٹیشن محور ہے جسے ہم کھینچ رہے ہیں۔ آپ کو دکھایا ہے جسے ہم نے پچھلے لیکچر میں بھی استعمال کیا تھا اگر ہم اس کو محور  $z$  محور یہ  $y$  طور پر بات کریں یہ



کی سمت میں ہوتی ہے لہذا یہ دوبارہ ہم کراس پروڈکٹ کا استعمال کرتے ہوئے اسے ظاہر کرتے ہیں پھر بھی  $b$  کراس  $v$  تو اس چارج پر قوت اگر ہم ایک دیکھنا ہے کہ دو ویکٹر ایک دوسرے کے  $m$  توازی ہیں

تو ہم لے سکتے ہیں اگر ہم یہ دکھاتے ہیں کہ کراس پروڈکٹ صفر کے برابر ہے تو دونوں ویکٹر ایک دوسرے کے  $m$

توازی ہوں گے اب آئیے ایک چھوٹی سی مثال لیتے ہیں جس میں کچھ شامل ہیں۔ ان ویکٹر کی کارروائیوں میں سے  $y$  اور  $x$  کے اب ہمیں  $z$  جمع  $i$  برابر ہے دو  $c$  اور ایک ویکٹر  $z$  جمع تین  $xi$  دیا گیا ہے برابر ہے  $b$  تو فرض کریں کہ ہمیں ایک ویکٹر پر کھڑے ہوں جو فانی فانی پلس سکس جے کے برابر ہے اور دوسرا حصہ کہتا ہے کہ ان  $d$  ویکٹر  $c$  اور  $b$  اس طرح تلاش کرنا ہوں گے کہ  $m$  کے  $c$  ویکٹر  $b$  ویکٹر کا  $y$  اور  $x$  اقدار کے لیے دکھائیں۔ دیا گیا ہے جہاں ایک نامعلوم ہے ہمیں  $b$  دیا گیا ہے اور ہمیں ایک ویکٹر  $d$  توازی ہے لہذا پہلے حصے کے لئے ہمیں کیا کرنا ہے ہمیں ایک ویکٹر  $d$  کے لیے کھڑا ہے اس لیے حصے کے لیے ایک ویکٹر  $b$  کو تلاش کرنا ہے اس طرح  $y$  اور  $x$  ہے  $z$  جمع تین  $xi$   $b$  ہے اور ویکٹر  $z$  جمع  $6$   $phi$  ہے اگر آپ کو یاد ہے کہ  $5$  برابر ہے صفر پر  $d$  ڈاٹ  $b$  کے لیے کھڑا ہے اس کا مطلب ہے  $d$  تو چونکہ

جمع اٹھارہ دے گا صفر کے برابر ہے  $x$  تو یہ ہمیں پانچ

پر  $c$  کا صفر ہونا ضروری ہے کیونکہ  $d$  کے ساتھ ڈاٹ کیا ہے  $c$  برابر ہوگا ماننس اٹھارہ کو پانچ سے تقسیم کیا اور اسی طرح ہم نے  $x$  تو  $z$  کے طور پر دیا گیا ہے۔ جمع  $i$  کو  $2$  کھڑا ہے اور

کریں گے  $d$  ڈاٹ  $c$  ہمیں دے گا جب ہم  $d$  ڈاٹ  $c$  تو

دے گا  $phi$  جمع  $5$   $i$  تو وہ مجھے  $2$

جمع  $6$  لیں گے  $y$  تو اس سے ہمیں  $10$  ملے گا اور جب ہم

برابر ہے  $0$   $y$  تو  $10$  جمع  $6$

ہے ماننس  $10$  ہائی  $6$  کے برابر یا یہ ماننس  $5$  ہائی تھری کے برابر ہے  $y$  تو

ماننس پانچ  $i$  برابر ہے ماننس اٹھارہ ہائی فانیو جمع تھری جے اور ویکٹر سی دو  $b$  تو اب ہمارے پاس کیا ہے اگر ہم ان ویلیوز کے لیے ویکٹر

$m$   $c$  اور  $b$  کے برابر ہے اب یہ دکھانے کے لیے کہ  $z$  ہائی تین

توازی ہیں

کے  $m$   $c$   $b$  دکھانے کے لیے  $b$  تو حصہ

توازی ہے ہم لیتے ہیں کہ کراس پروڈکٹ کو اچھی طرح سے لیں اسے کرنے کے بہت سے طریقے ہیں ایک طریقہ یہ ہے کہ کراس پروڈکٹ

تو آئیے پہلے اس کو دیکھتے ہیں

ماننس اٹھارہ ہائی پانچ تین صفر دو ماننس پانچ ضرب تین صفر کے برابر ہوگا اور اس سے  $izk$  لیتے ہیں تاکہ اس تعین کنندہ  $c$  کراس  $b$  تو ہم

ضرب ماننس اٹھارہ سے پانچ ضرب ماننس پانچ ملتا ہے۔ تین منفی تین کو دو سے ضرب کریں  $k$  ہمیں

$m$   $c$  اور  $b$  کے برابر دے گا لہذا چونکہ یہ صفر ہے  $k$  تو یہ ہمیں بنیادی طور پر صفر

کے ساتھ یونٹ ویکٹر لکھ سکتے ہیں۔ اور  $c$  کے ساتھ لکھ سکتے ہیں ہم  $b$  توازی ہیں ایسا کرنے کا ایک اور طریقہ یہ ہے کہ ہم یونٹ ویکٹر کو

اگر وہ  $m$

توازی ہیں یا  $m$

توازی ہیں

کی شدت سے تقسیم کر سکتے ہیں اور اگر ہم ایک دوسرے کے  $c$  کو  $c$  کی شدت سے اور  $b$  کو  $b$  تو ہمیں ایک ہی چیز ملے گی لہذا ہم صرف

ایک ہی یونٹ ویکٹر یا منفی حاصل کرتے ہیں

کے  $m$   $c$   $b$  تو ہم بھی کر سکتے ہیں۔ دکھائیں کہ

ہمیں دیا گیا ہے آئیے ایک چھوٹی سی مثال دوبارہ لیں فرض  $se$  کرتے ہیں۔  $suppo$  توازی ہے لہذا یہ دوسرا طریقہ ہے اب آئیے صرف اتنا

$i$  تین  $b$  کا جزو تلاش کریں جہاں  $b$  کے برابر ہے اب ایک ساتھ والے ویکٹر  $z$  جمع  $10$   $phi$   $phi$  کریں کہ ہمیں ایک ویکٹر دیا گیا ہے جو

پر کھڑا کا جزو ڈھونڈنا ہے  $b$  کے برابر ہے اور دوسرا حصہ ہم کہتے ہیں کہ ویکٹر  $z$  جمع چار

تلاش  $eb$  کا جزو تلاش کرنا ہے اس لیے پہلے حصے کے لیے میں صرف یہ واضح کروں گا کہ  $b$  کے ساتھ ساتھ  $a$  تو یہاں چونکہ ہمیں

کا جزو ہوگا اور دوسرے حصے کو  $b$  ساتھ  $a$  یہ  $ah$  کے ساتھ ڈاٹ لیتے ہیں ہم نے پہلے وضاحت کی ہے پھر  $eb$  کریں اور پھر ہم ویکٹر کو

$b$  کے ساتھ یہ ایک کھڑا کا جزو ہوگا  $b$  کے ساتھ لیں گے اور یونٹ ویکٹر  $eb$  ڈاٹ  $a$  ماننس  $a$  تلاش کرنے کے لیے ہم کیا کریں گے ہم ویکٹر

تو اس طرح سے کوئی اس پر کام کر سکتا ہے یہ سادہ نمبر ہیں اور آپ ان جوابات پر کام کر سکتے ہیں آہ اور ایک اور بات اگر آپ کو جوابات کو

چیک کرنا ہو

تو دو ویکٹرز جو آپ کو حاصل ہوتے ہیں اگر آپ ان ویکٹروں کا ڈاٹ پروڈکٹ لیتے ہیں

تو آپ کو کرنا چاہیے ان کو  $0$  بنائیں کیونکہ وہ باہمی طور پر کھڑے ہیں لہذا ہمارے پاس ہے۔ کائینیٹکس سے تھوڑا سا چکر لگانا کیونکہ ہم نے اگلی

کلاس میں ویکٹر کو دیکھنا شروع کیا ہم پلانر حرکت کو دیکھیں گے ہم ہوائی جہاز میں حرکت کو دیکھیں گے اور ہم رفتار اور سرعت کے اظہار کو

اخذ کریں گے اور پھر ہم مستقل کے معاملے کو دیکھیں گے۔ ایکسلریشن