

ਅਸੀਂ ਪਿਛਲੀ ਕਲਾਸ ਵਿੱਚ ਵੈਕਟਰ ਓਪਰੇਸ਼ਨਾਂ 'ਤੇ ਆਪਣੀ ਚਰਚਾ ਨੂੰ ਜਾਰੀ ਰੱਖਾਂਗੇ ਅਸੀਂ ਦੇਖਿਆ ਕਿ ਇੱਕ ਵੈਕਟਰ ਨੂੰ ਇਸਦੇ ਕਾਰਟੇਸ਼ੀਅਨ ਕੰਪੋਨੈਂਟਸ ਦੇ ਨਾਲ ਕਿਵੇਂ ਹੱਲ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਅਸੀਂ  $i, j$  ਅਤੇ  $k$  ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਯੂਨਿਟ ਵੈਕਟਰਾਂ ਲਈ ਪ੍ਰਤੀਕਾਂ ਵਜੋਂ ਕੀਤੀ ਹੈ ਜਿੱਥੇ  $i \times j$  ਦੇ ਨਾਲ ਇੱਕ ਯੂਨਿਟ ਵੈਕਟਰ ਸੀ। ਕੀ  $y$  ਯੂਰੀ ਦੇ ਨਾਲ ਇਕਾਈ ਵੈਕਟਰ ਸੀ ਅਤੇ  $k, z$  ਯੂਰੀ ਦੇ ਨਾਲ ਇਕ ਇਕਾਈ ਵੈਕਟਰ ਹੈ ਅਤੇ ਅਸੀਂ ਜੋ ਦਿਖਾਇਆ ਹੈ ਉਹ ਇਹ ਸੀ ਕਿ ਕਿਵੇਂ ਇੱਕ ਵੈਕਟਰ  $a$  ਨੂੰ  $axi$  ਅਤੇ  $ayj$  ਪਲੱਸ  $azk$  ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ ਜੇਕਰ ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਇੱਕ ਦੂਜਾ ਵੈਕਟਰ  $b$  ਹੈ ਤਾਂ ਵੈਕਟਰ  $b$  ਨੂੰ ਵੀ ਨਾਲ ਹੱਲ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਇਹ ਕੰਪੋਨੈਂਟ

ਇਸ ਲਈ ਵੈਕਟਰ  $b$  ਨੂੰ  $bxi$  plus  $byj$  plus  $bzk$  ਲਿਖਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ, ਕਾਰਟੇਸ਼ੀਅਨ ਯੂਰੀ ਦਿਸ਼ਾਵਾਂ ਦੇ ਨਾਲ ਵੈਕਟਰ ਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰਨ ਦਾ ਇੱਕ ਫਾਇਦਾ ਇਹ ਹੈ ਕਿ ਇੱਕ ਵਾਰ ਜਦੋਂ ਅਸੀਂ ਇਹਨਾਂ ਦਿਸ਼ਾਵਾਂ ਦੇ ਨਾਲ ਵੈਕਟਰ ਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਤਾਂ ਵੈਕਟਰਾਂ ਦਾ ਜੋੜ ਬਹੁਤ ਅਸਾਨੀ ਨਾਲ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ, ਜੇਕਰ ਅਸੀਂ ਵੈਕਟਰਾਂ ਨੂੰ ਪ੍ਰਗਟ ਕੀਤਾ ਹੈ।  $a$  ਅਤੇ  $b$  ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਹੈ ਅਤੇ ਅਸੀਂ ਉਹਨਾਂ ਦਾ ਜੋੜ ਲੱਭਣਾ ਚਾਹੁੰਦੇ ਹਾਂ ਇਸਲਈ ਜੇਕਰ ਅਸੀਂ ਇੱਕ ਪਲੱਸ  $b$  ਲੱਭਣਾ ਚਾਹੁੰਦੇ ਹਾਂ ਤਾਂ ਜੇਕਰ ਉਹਨਾਂ ਨੂੰ ਆਸਾਨੀ ਨਾਲ ਬਣਾਇਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਇਸਨੂੰ ਸਿੱਧੇ ਤੌਰ 'ਤੇ ਜੋੜ  $bx$  ਵਾਰ  $i$  ਪਲੱਸ  $ay$  ਪਲੱਸ ਦੁਆਰਾ ਵਾਰ  $j$  ਪਲੱਸ  $az$  ਪਲੱਸ  $bz$  ਵਾਰ  $k$  ਅਤੇ ਲਿਖਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਸਧਾਰਨ ਜੇਕਰ ਸਾਨੂੰ ਵੀ ਜੋੜਨਾ ਪਵੇ  $e$  ਵੈਕਟਰਾਂ ਨੂੰ ਇੱਕ ਸਕੇਲਰ ਦੁਆਰਾ ਗੁਣਾ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਜਾਂ ਇੱਕ ਸਕੇਲਰ ਦੁਆਰਾ ਘਟਾ ਦਿੱਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਅਸੀਂ ਉਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦਾ ਪਾਲਣ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ, ਉਦਾਹਰਨ ਲਈ 2 ਗੁਣਾ ਘਟਾਓ ਤਿੰਨ ਗੁਣਾ  $b$  ਜੇਕਰ ਸਾਨੂੰ ਇਹ ਜੋੜ ਲੱਭਣਾ ਹੈ ਤਾਂ ਇਹ ਦੋ ਗੁਣਾ  $ax$   $i$  ਪਲੱਸ  $ayj$  ਅਤੇ  $azk$  ਘਟਾਓ ਤਿੰਨ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੋਵੇਗਾ। ਵਾਰ  $bxi$  ਪਲੱਸ  $byj$  ਪਲੱਸ  $bzk$

ਇਸ ਲਈ ਇਹ ਦੋ  $ax$  ਮਾਇਨਸ  $3bx$  ਗੁਣਾ  $i$  ਪਲੱਸ  $2ay$  ਘਟਾਓ  $3$  ਗੁਣਾ  $j$  ਪਲੱਸ  $2az$  ਘਟਾਓ ਤਿੰਨ  $bz$  ਗੁਣਾ  $k$  ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੋਵੇਗਾ ਇਸਲਈ  $ah$  ਕਾਰਟੇਸ਼ੀਅਨ ਯੂਰੀ ਦੇ ਨਾਲ ਕੰਪੋਨੈਂਟਾਂ ਦੇ ਨਾਲ ਇੱਕ ਵੈਕਟਰ ਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰਨਾ ਸਾਡੀ ਮਦਦ ਕਰ ਸਕਦਾ ਹੈ ਅੱਗੇ ਕੁਝ ਓਪਰੇਸ਼ਨਾਂ ਨੂੰ ਸਰਲ ਬਣਾਉਣ ਲਈ ਅਸੀਂ ਵੈਕਟਰਾਂ ਦੇ ਉਤਪਾਦਾਂ ਨੂੰ ਵੀ ਦੇਖਾਂਗੇ ਅਸੀਂ ਵੈਕਟਰਾਂ ਦੇ ਜੋੜ ਨੂੰ ਦੇਖਿਆ ਹੈ ਅਸੀਂ ਵੈਕਟਰਾਂ ਦਾ ਘਟਾਓ ਦੇਖਿਆ ਹੈ ਅਤੇ ਅਸੀਂ ਇਹ ਵੀ ਦੇਖਿਆ ਹੈ ਕਿ ਜਦੋਂ ਇੱਕ ਸਕੇਲਰ ਨੂੰ ਵੈਕਟਰ ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਅਸੀਂ ਉਸ ਨਾਲ ਅੱਗੇ ਕਿਵੇਂ ਨਜਿੱਠਦੇ ਹਾਂ। ਅਸੀਂ ਹੁਣ ਵੈਕਟਰਾਂ ਦੇ ਉਤਪਾਦਾਂ ਦੀ ਗੱਲ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਇੱਥੇ ਅਸੀਂ ਜੋ ਦੇਖਦੇ ਹਾਂ ਉਹ ਇਹ ਹੈ ਕਿ ਦੋ ਵੈਕਟਰਾਂ ਦਾ ਜੋੜ ਇੱਕ ਵੈਕਟਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਪਰ ਅਸੀਂ ਇੱਕ ਉਤਪਾਦ ਲਈ ਇੱਕੋ ਗੱਲ ਨਹੀਂ ਕਹਿ ਸਕਦੇ ਅਤੇ ਅਸਲ ਵਿੱਚ ਤੁਸੀਂ ਦੇਖੋਗੇ ਕਿ ਇਸ ਪੱਧਰ 'ਤੇ ਅਸੀਂ ਕਹਿ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਉਤਪਾਦ ਨੂੰ ਪਰਿਭਾਸ਼ਿਤ ਕਰਨ ਦੇ ਦੋ ਤਰੀਕੇ ਹਨ। ਵੈਕਟਰਾਂ ਦਾ ਮਤਲਬ ਕਿ ਅਸੀਂ ਦੇ ਪਰਿਭਾਸ਼ਿਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਹੁਣ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਕਿਸਮਾਂ ਦੇ ਉਤਪਾਦ ਇਸ ਲਈ ਅਸੀਂ ਵੈਕਟਰਾਂ ਦੇ ਦੋ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਕਿਸਮਾਂ ਦੇ ਉਤਪਾਦਾਂ ਨੂੰ ਪਰਿਭਾਸ਼ਿਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਅਤੇ ਇੱਥੇ ਅਸੀਂ ਕੀ ਦੇਖਾਂਗੇ ਕਿ ਇਹ ਦੋਵੇਂ ਉਤਪਾਦ ਗੁਣਾ ਦੇ ਵੰਡਣ ਵਾਲੇ ਨਿਯਮ ਨੂੰ ਪੂਰਾ ਕਰਦੇ ਹਨ ਜੋ ਕਿ  $a$  ਅਤੇ  $b$  ਪਲੱਸ  $c$  ਦਾ ਗੁਣਨਫਲ ਹੈ ਇਸਲਈ ਅਸੀਂ  $b$  ਪਲੱਸ ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਦੇ ਹਾਂ।  $c$  ਇਹ  $a$  ਅਤੇ  $c$  ਦੇ  $a$  ਅਤੇ  $b$  ਪਲੱਸ ਗੁਣਨਫਲ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੋਵੇਗਾ ਅਤੇ

ਇਸ ਲਈ ਆਓ ਪਹਿਲਾਂ ਉਤਪਾਦ ਦੀ ਪਹਿਲੀ ਕਿਸਮ ਨੂੰ ਵੈਕਟਰ ਉਤਪਾਦ ਦੀ ਪਹਿਲੀ ਕਿਸਮ ਨੂੰ ਪਰਿਭਾਸ਼ਿਤ ਕਰੀਏ ਜਿਸਨੂੰ ਅਸੀਂ ਪਰਿਭਾਸ਼ਿਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਦੋ ਵੈਕਟਰਾਂ ਦੇ ਗੁਣਨਫਲ ਨੂੰ ਅਸੀਂ ਸਕੇਲਰ ਗੁਣਨਫਲ ਕਹਿੰਦੇ ਹਾਂ ਜਾਂ ਕਿਉਂਕਿ ਅਸੀਂ ਇਸਦੇ ਲਈ ਇੱਕ ਪ੍ਰਤੀਕ ਬਿੰਦੀ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਇਸ ਨੂੰ ਬਿੰਦੀ ਉਤਪਾਦ ਵੀ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਹੁਣ ਅਸੀਂ ਇਸਨੂੰ ਕਿਵੇਂ ਪਰਿਭਾਸ਼ਿਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਤਾਂ ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਦੋ ਵੈਕਟਰ ਇੱਕ ਵੈਕਟਰ  $a$  ਅਤੇ ਇੱਕ ਵੈਕਟਰ  $b$  ਹਨ ਅਤੇ ਸਾਨੂੰ ਦੱਸ ਦੇਈਏ ਕਿ ਜਦੋਂ ਅਸੀਂ ਦੋ ਵੈਕਟਰਾਂ ਨੂੰ ਪੁਛਾਂ ਦੇ ਨਾਲ ਇੱਕ ਦੂਜੇ ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਕੋਣ ਰੱਖਦੇ ਹਾਂ ਉਹ ਥੀਟਾ ਹੈ ਅਤੇ ਇਹ ਕੋਣ ਦੋ ਕੋਣਾਂ ਤੋਂ ਛੋਟਾ ਹੈ ਕਿਉਂਕਿ  $a$  ਅਤੇ  $b$  ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਕੋਣ ਕੋਈ ਵਿਅਕਤੀ  $a$  ਅਤੇ  $b$  ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਬਣੇ ਰਿਫਲੈਕਸ ਕੋਣ ਨੂੰ ਵੀ ਦੇਖ ਸਕਦਾ ਹੈ ਪਰ ਅਸੀਂ ਕੋਣ ਦੇ ਛੋਟੇ ਵੱਲ ਦੇਖਦੇ ਹਾਂ ਇਸਲਈ ਇਹ ਕੋਣ ਥੀਟਾ ਹੋਵੇਗਾ।  $0$  ਅਤੇ  $180$  ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਗ੍ਰੈਜ਼

ਇਸ ਲਈ ਅਸੀਂ ਹੁਣ ਇਸ ਨੂੰ ਦੇਖਦੇ ਹਾਂ ਵੈਕਟਰ  $a$  ਅਤੇ ਵੈਕਟਰ  $b$  ਦਾ ਸਕੇਲਰ ਗੁਣਨਫਲ ਇਸ ਦੁਆਰਾ ਪਰਿਭਾਸ਼ਿਤ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਹੈ ਤਿੰਨ ਮਾਤਰਾਵਾਂ ਨੂੰ ਗੁਣਾ ਕਰਕੇ ਦਿੱਤਾ ਗਿਆ ਹੈ ਪਹਿਲੀ ਇੱਕ ਵੈਕਟਰ ਦੀ ਤੀਬਰਤਾ ਹੈ ਅਤੇ ਦੂਜੀ ਵੈਕਟਰ  $b$  ਦੀ ਤੀਬਰਤਾ ਹੈ ਅਤੇ ਤੀਜਾ ਇੱਕ ਹੈ  $a$  ਅਤੇ  $b$  ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਕੋਣ ਦਾ ਕੋਸਾਈਨ ਜੋ ਥੀਟਾ ਦਾ ਕੋਸਾਈਨ ਹੈ ਅਤੇ

ਇਸ ਲਈ ਜੇ ਅਸੀਂ ਲਿਖਦੇ ਹਾਂ ਅਸੀਂ ਇਸਨੂੰ ਵੈਕਟਰ  $a$  ਵਜੋਂ ਦਰਸਾਉਂਦੇ ਹਾਂ ਅਤੇ ਅਸੀਂ  $b$  ਨਾਲ ਬਿੰਦੀ  $a$  ਬਿੰਦੀ ਵਾਲੇ ਚਿੰਨ੍ਹ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਇਹ ਇੱਕ ਗੁਣਾ ਦੀ ਤੀਬਰਤਾ  $b$  ਗੁਣਾ ਕੋਸਾਈਨ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਥੀਟਾ ਦਾ ਜਿੱਥੇ ਥੀਟਾ ਹੈ ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਮੈਂ  $a$  ਅਤੇ  $b$  ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਕੋਣ ਦੀ ਵਿਆਖਿਆ ਕੀਤੀ ਹੈ ਤਾਂ ਇਹ ਉਤਪਾਦ ਕਿਉਂਕਿ ਇਹ ਸਾਰੇ ਸਕੇਲਰ ਹਨ ਇਹ ਉਤਪਾਦ ਇੱਕ ਸਕੇਲਰ ਹੈ ਇਸਲਈ ਬਿੰਦੀ ਉਤਪਾਦ ਹਮੇਸ਼ਾ ਇੱਕ ਸਕੇਲਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਇਸਲਈ ਹੁਣ ਅਸੀਂ ਬਿੰਦੀ ਉਤਪਾਦ ਦੀਆਂ ਕੁਝ ਵਿਸ਼ੇਸ਼ਤਾਵਾਂ ਨੂੰ ਦੇਖਦੇ ਹਾਂ ਤਾਂ ਪਹਿਲੀ ਵਿਸ਼ੇਸ਼ਤਾ ਅਸੀਂ ਵੇਖਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਇੱਕ ਸਕੇਲਰ ਉਤਪਾਦ ਵਟਾਂਦਰਾਤਮਕ ਹੈ ਇਸਦਾ ਕੀ ਅਰਥ ਹੈ ਕਿ ਇੱਕ ਬਿੰਦੀ ਵਾਲਾ  $b$  ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ  $a$  ਦੇ ਨਾਲ ਬਿੰਦੀ ਵਾਲਾ ਅਤੇ ਇਹ ਇਸ ਦੇ ਗੁਣਨਫਲ ਦੀ ਪਰਿਭਾਸ਼ਾ ਤੋਂ ਸਪੱਸ਼ਟ ਹੈ ਕਿਉਂਕਿ  $b$  ਨਾਲ ਬਿੰਦੀ ਵਾਲਾ ਇਹ  $a$  ਦੀ ਤੀਬਰਤਾ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੋਵੇਗਾ ਥੀ ਗੁਣਾ ਕੋਸਾਈਨ ਥੀਟਾ ਐਨ ਦੀ ਗੁਣਾ ਤੀਬਰਤਾ  $d$  ਇਹ ਇੱਕ ਵਾਰ ਕੋਸਾਈਨ ਥੀਟਾ ਦੇ  $b$  ਗੁਣਾ ਮੈਗਨਿਟਿਊਡ ਦਾ ਦੁਬਾਰਾ ਹੋਵੇਗਾ, ਇਸਲਈ ਇਹ  $ah$  ਹੋਣਗੇ, ਇਹ ਉਹ ਹੈ ਜੋ ਡਾਟ ਉਤਪਾਦ ਹੁਣ ਠੀਕ ਦਿਖਾਈ ਦੇਵੇਗਾ ਜਦੋਂ ਕਿ ਇੱਕ ਬਿੰਦੀ  $b$  ਇੱਕ ਸਕੇਲਰ ਹੈ ਇਸਲਈ ਦੂਜੀ ਗੁਣਾ ਜੋ ਅਸੀਂ ਦੇਖਦੇ ਹਾਂ ਉਹ ਹੈ ਜਦਕਿ ਇੱਕ ਬਿੰਦੀ  $b$  ਇੱਕ ਸਕੇਲਰ ਹੈ ਇਹ ਜਾਂ ਤਾਂ ਸਕਾਰਾਤਮਕ ਜਾਂ ਨਕਾਰਾਤਮਕ ਹੋ ਸਕਦਾ ਹੈ ਇਸਲਈ ਇਸਦਾ ਇੱਕ ਚਿੰਨ੍ਹ ਹੋ ਸਕਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਇਹ  $a$  ਦੇ ਕੋਣ ਦੀ ਤੀਬਰਤਾ 'ਤੇ ਨਿਰਭਰ ਕਰੇਗਾ  $b$  ਦਾ ਹਮੇਸ਼ਾਂ ਸਕਾਰਾਤਮਕ ਵਿਸ਼ਾਲਤਾ ਹੋਵੇਗਾ ਇਸਲਈ ਚਿੰਨ੍ਹ ਕੋਣ ਥੀਟਾ 'ਤੇ ਨਿਰਭਰ ਕਰੇਗਾ ਜੇਕਰ ਕੋਣ ਥੀਟਾ ਜ਼ੀਰੋ ਅਤੇ  $\pi$  ਬਾਇ ਟੂ ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਹੈ ਤਾਂ ਇੱਕ ਬਿੰਦੀ  $b$  ਪਾਜ਼ਿਟਿਵ ਹੋਵੇਗੀ ਅਤੇ ਜੇਕਰ ਥੀਟਾ  $\pi$  by  $2$  ਅਤੇ  $\pi$  ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਹੈ ਤਾਂ ਇੱਕ ਬਿੰਦੀ  $b$  ਨੈਗੇਟਿਵ ਹੋਵੇਗਾ ਇਸਲਈ ਹੁਣ ਕੁਝ ਹੋਰ ਚੀਜ਼ਾਂ ਜੋ ਅਸੀਂ ਇਸ ਬਾਰੇ ਦੇਖਦੇ ਹਾਂ ਜੇਕਰ ਅਸੀਂ ਇੱਕ ਬਿੰਦੀ ਉਤਪਾਦ ਨੂੰ ਵੇਖਦੇ ਹਾਂ ਇੱਕ ਵੈਕਟਰ ਦਾ ਆਪਣੇ ਆਪ ਵਿੱਚ  $a$  ਨਾਲ ਇੱਕ ਬਿੰਦੀ ਵਾਲਾ,

ਇਸ ਲਈ ਇਹ ਜ਼ੀਰੋ ਡਿਗਰੀ ਦੇ ਇੱਕ ਗੁਣਾ ਕੋਸਾਈਨ ਦੇ ਗੁਣਾ ਦੇ ਗੁਣਾ ਤੋਂ ਇਲਾਵਾ ਹੋਰ ਕੁਝ ਨਹੀਂ ਹੋਵੇਗਾ, ਇਸਲਈ ਇਹ ਇੱਕ ਵਰਗ ਦੀ ਤੀਬਰਤਾ ਤੋਂ ਇਲਾਵਾ ਹੋਰ ਕੁਝ ਨਹੀਂ ਹੋਵੇਗਾ ਜਾਂ ਵੈਕਟਰ ਦੀ ਤੀਬਰਤਾ ਦਾ ਵਰਗ ਬਿੰਦੀ ਉਤਪਾਦ ਹੈ। ਵੈਕਟਰ ਦੀ ਆਪਣੇ ਆਪ ਨਾਲ ਦੂਜੀ ਗੱਲ ਇਹ ਦੇਖਦੀ ਹੈ ਕਿ ਕੀ ਇੱਕ  $d$   $ot$   $b$   $\theta$  ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਤਾਂ ਜੋ ਅਸੀਂ ਦੇਖਦੇ ਹਾਂ ਜਾਂ ਤਾਂ  $a$  ਦੀ ਤੀਬਰਤਾ  $0$  ਹੋਣੀ ਚਾਹੀਦੀ ਹੈ ਜਾਂ  $b$  ਦੀ ਤੀਬਰਤਾ  $0$  ਹੋਣੀ ਚਾਹੀਦੀ ਹੈ ਪਰ ਜੇਕਰ ਇਹਨਾਂ ਨੂੰ ਅਸੀਂ ਮਾਮੂਲੀ ਕੇਸ ਕਹਿ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਪਰ ਜੇਕਰ ਅਜਿਹਾ ਨਹੀਂ ਹੈ ਤਾਂ ਥੀਟਾ ਦਾ ਕੋਸਾਈਨ  $0$  ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੋਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਇਸਦੇ ਲਈ ਥੀਟਾ ਦਾ ਕੋਸਾਈਨ  $0$  ਹੋਣਾ ਸਾਨੂੰ ਇਹ ਦੱਸੇਗਾ ਕਿ ਵੈਕਟਰ  $a$  ਵੈਕਟਰ  $b$  ਲਈ ਲੰਬਵਤ ਹੋਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ ਇਸਲਈ ਜੇਕਰ ਬਿੰਦੀ ਗੁਣਨਫਲ  $0$  ਹੈ ਤਾਂ ਦੋ ਵੈਕਟਰ ਲੰਬ ਹੋਣੇ ਚਾਹੀਦੇ ਹਨ ਜੇਕਰ ਉਹਨਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਕੋਈ  $0$  ਨਹੀਂ ਹੈ ਅਤੇ ਕਈ ਵਾਰ ਇਸਦੀ ਵਰਤੋਂ ਵੀ ਕੀਤੀ ਜਾਂਦੀ ਹੈ ਸਾਬਤ ਕਰੋ ਕਿ 2 ਵੈਕਟਰ ਆਪਸੀ ਲੰਬਵਤ ਹਨ ਜੇਕਰ ਤੁਹਾਨੂੰ ਇਹ ਸਾਬਤ ਕਰਨਾ ਹੈ ਤਾਂ ਤੁਸੀਂ ਡਾਟ ਗੁਣਨਫਲ ਲੈਂਦੇ ਹੋ ਅਤੇ ਜੇਕਰ ਤੁਹਾਨੂੰ ਬਿੰਦੀ ਗੁਣਨਫਲ  $0$  ਮਿਲਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਤੁਸੀਂ ਦਿਖਾ ਸਕਦੇ ਹੋ ਕਿ  $a \cdot b$  ਦਾ ਲੰਬਵਤ ਹੈ ਅਤੇ ਅਸੀਂ ਕਈ ਵਾਰ ਇੱਕ ਵਿਸ਼ੇਸ਼ ਸ਼ਬਦ ਵੀ ਵਰਤਦੇ ਹਾਂ ਜੋ ਅਸੀਂ ਕਹਿੰਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਵੈਕਟਰ  $a$  ਲੰਬਕਾਰੀ ਕਹਿਣ ਦੀ ਬਜਾਏ  $b$  ਨੂੰ ਆਰਥੋਗੋਨਲ ਹੈ ਇਸਲਈ ਇਹ ਇੱਕ ਪਰਿਭਾਸ਼ਾ ਹੈ ਜਿਸਦੀ ਵਰਤੋਂ ਅਸੀਂ ਹੁਣ ਤੀਜੀ ਗੱਲ ਕੀਤੀ ਹੈ ਜੇਕਰ ਅਸੀਂ ਦੋ ਯੂਨਿਟ ਵੈਕਟਰਾਂ ਦੇ ਸਕੇਲਰ ਗੁਣਨਫਲ ਨੂੰ ਵੇਖੀਏ ਤਾਂ ਉਹਨਾਂ ਵਿਚਕਾਰ ਕੋਣ ਦਾ ਕੋਸਾਈਨ ਹੋਵੇਗਾ ਤਾਂ ਅਸੀਂ ਪਹਿਲਾਂ ਹੀ ਕਮਿਊਟੇਟਿਵ ਨੂੰ ਦੇਖਿਆ ਹੈ। ਸੰਪੱਤੀ ਜੋ ਕਿ ਏਹ ਡੋਟ ਉਤਪਾਦ ਫਿਰ ਬਦਲਦੇ ਹਨ ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਇੱਕ ਹੋਰ ਸੰਪੱਤੀ ਹੈ ਜੋ ਵੰਡਣ ਵਾਲੀ ਵਿਸ਼ੇਸ਼ਤਾ ਹੈ ਜਿਸ ਬਾਰੇ ਅਸੀਂ ਕਿਹਾ ਸੀ ਕਿ ਜਿਸ ਦਾ ਧਿਆਨ ਰੱਖਿਆ ਗਿਆ ਸੀ ਜੇਕਰ ਅਸੀਂ  $b$  ਪਲੱਸ  $c$  ਨਾਲ ਬਿੰਦੀ ਵਾਲੇ ਵੈਕਟਰ ਨੂੰ ਵੇਖਦੇ ਹਾਂ ਤਾਂ ਇਹ  $b$  ਪਲੱਸ ਵੈਕਟਰ  $a$  ਬਿੰਦੀ ਵਾਲੇ  $c$  ਨਾਲ ਇੱਕ ਬਿੰਦੀ ਵਾਲੇ ਵੈਕਟਰ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੋਵੇਗਾ ਹੁਣ ਆਓ ਦੇਖੀਏ ਇਹ ਬਿੰਦੀ ਉਤਪਾਦ ਇਕਾਈ ਵੈਕਟਰਾਂ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਕਿਵੇਂ ਦਿਖਾਈ ਦਿੰਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਆਉ ਅਸੀਂ ਕਾਰਟੇਸ਼ੀਅਨ ਯੂਰੀ ਦੇ ਨਾਲ ਇਕਾਈ ਵੈਕਟਰ  $i, j, k$  ਨੂੰ ਵੇਖੀਏ ਤਾਂ ਜਦੋਂ ਅਸੀਂ ਇਸਨੂੰ ਦੇਖਦੇ ਹਾਂ ਤਾਂ ਸਪੱਸ਼ਟ ਤੌਰ 'ਤੇ ਜੇਕਰ ਮੈਂ  $i$  ਨਾਲ  $i$  dotted ਨੂੰ ਵੇਖਦਾ ਹਾਂ ਤਾਂ ਇਹ 1 ਹੋਵੇਗਾ ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ  $j$  ਨਾਲ  $j$  ਬਿੰਦੀ ਵਾਲਾ ਹੋਵੇਗਾ।  $k$  ਨਾਲ  $k$  ਬਿੰਦੀ ਵਾਲਾ ਵੀ 1 ਹੋਵੇਗਾ ਪਰ ਜੇਕਰ ਮੈਂ ਦੇਖਦਾ ਹਾਂ ਕਿ  $i \cdot j$  ਨਾਲ ਬਿੰਦੀ ਵਾਲਾ ਇਹ  $i$  ਅਤੇ  $j$  ਵਿਚਕਾਰ ਕੋਣ ਦੇ ਕੋਸਾਈਨ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੋਵੇਗਾ ਤਾਂ ਇਹ  $0$   $i \cdot k$  ਦੇ ਨਾਲ ਬਿੰਦੀ ਵਾਲਾ  $0$  ਹੋਵੇਗਾ ਅਤੇ  $k$  ਨਾਲ  $j$  ਬਿੰਦੀ ਵਾਲਾ ਹੋਵੇਗਾ।  $0$  ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ। ਇਸਲਈ ਹੁਣ ਇਸਦੀ ਵਰਤੋਂ ਆਮ ਤਰੀਕੇ ਨਾਲ ਡੋਟ ਉਤਪਾਦ ਨੂੰ ਫੈਲਾਉਣ ਅਤੇ ਲਿਖਣ ਲਈ ਕੀਤੀ ਜਾ ਸਕਦੀ ਹੈ,

ਇਸ ਲਈ ਉਦਾਹਰਨ ਲਈ ਜੇਕਰ ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਇੱਕ ਵੈਕਟਰ  $a$   $is$  ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਤਾਂ ਆਓ ਇਸਨੂੰ ਲਿਖੀਏ ਜੇਕਰ ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਇੱਕ ਵੈਕਟਰ  $a$   $is$  equal to  $axi$  plus  $ayj$  plus  $azk$  ਹੈ। ਅਤੇ ਵੈਕਟਰ  $b$  ਬਰਾਬਰ  $bxi$  plus  $byj$  plus  $bzk$  ਹੈ ਤਾਂ ਜੇਕਰ ਅਸੀਂ ਡਾਟ ਗੁਣਨਫਲ ਲਿਖਣਾ ਚਾਹੁੰਦੇ ਹਾਂ ਤਾਂ  $b$  ਨਾਲ ਇੱਕ ਬਿੰਦੀ ਵਾਲਾ ਅਸੀਂ  $i$  ਲਿਖਾਂਗੇ।  $t$  ਅਤੇ

ਇਸ ਲਈ ਅਸੀਂ ਇਹਨਾਂ ਦਾ ਵਿਸਤਾਰ ਕਰਨ ਲਈ ਵਿਤਰਕ ਕਾਨੂੰਨ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਾਂਗੇ ਤਾਂ ਕਿ ਇਹ  $bxi$  ਪਲੱਸ  $byj$  ਪਲੱਸ  $bzk$  ਦੇ ਨਾਲ  $axi$  ਪਲੱਸ  $ayj$

ਪਲੱਸ azk ਬਿੰਦੀ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੋਵੇਗਾ ਅਤੇ

ਇਸ ਲਈ ਹੁਣ ਅਸੀਂ ਇਹਨਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਹਰ ਇੱਕ ਸ਼ਬਦ ਨੂੰ ਦੁਬਾਰਾ ਵਿਸਤਾਰ ਕਰਦੇ ਹਾਂ, ਪਹਿਲਾ ਸ਼ਬਦ ਸਾਨੂੰ  $ax + bx$  ਵਾਰ  $i$  ਬਿੰਦੀ ਦਿੰਦਾ ਹੈ।  $i$  plus ਤੁਹਾਨੂੰ  $ax + by + i$  dot  $j$  plus  $ax + bz + i$  dot  $k$  ਮਿਲੇਗਾ ਅਤੇ ਫਿਰ ਅਸੀਂ ਇਸਨੂੰ ਵਧਾ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਹੁਣ ਇਹਨਾਂ 9 ਸ਼ਬਦਾਂ ਵਿੱਚ ਕੁੱਲ 9 ਸ਼ਬਦ ਹੋਣਗੇ ਜੋ ਅਸੀਂ ਦੇਖਾਂਗੇ ਕਿ  $i$  dot  $j$  ਇਹ 0 ਹੋਵੇਗਾ ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ  $i$  dot  $k$  0 ਹੋਵੇਗਾ। ਇਹ ਦੂਜੀ ਮਿਆਦ ਮੈਨੂੰ ਇਸ ਨੂੰ ਪੂਰੀ ਤਰ੍ਹਾਂ ਵਿਸਤਾਰ ਕਰਨ ਦਿਓ ਇਹ ਮੈਨੂੰ  $bx + jy + i$  dot  $k$  ਪਲੱਸ  $ay + j$  ਡਾਟ  $j$  ਪਲੱਸ  $ay + kz$  ਵਾਰ  $j$  ਨਾਲ  $k$  ਨਾਲ ਬਿੰਦੀ ਵਾਲਾ ਅਤੇ ਫਿਰ ਪਲੱਸ  $az + bx + k$  ਨਾਲ  $i$  ਪਲੱਸ  $az + by + k$  ਬਿੰਦੀ ਦੇ ਨਾਲ  $j$  ਪਲੱਸ  $az + bz + k$  ਬਿੰਦੀ ਦੇ ਨਾਲ ਦੇਵੇਗਾ  $k$  ਅਤੇ ਸਾਡੀਆਂ ਇਹਨਾਂ ਚੀਜ਼ਾਂ ਨੂੰ ਜਾਰੀ ਰੱਖਦੇ ਹੋਏ  $j$  dot  $i$   $k$  dot  $i$   $0$   $k$  dot  $j$   $0$   $j$  dot  $k$   $0$  ਹੋਵੇਗਾ ਅਤੇ ਇਹਨਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਹਰੇਕ  $i$  dot  $ij$  dot  $j$  ਅਤੇ  $k$  ਡਾਟ  $k$   $1$  ਹੋਵੇਗਾ ਤਾਂ ਅੰਤ ਵਿੱਚ ਸਾਨੂੰ ਕੀ ਮਿਲਦਾ ਹੈ  $a$  dot  $b$   $ax + bx$  plus  $ay + by$  plus  $az + bz$  ਦੇ ਕੰਪੋਨੈਂਟਸ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਇਸਲਈ ਅਸੀਂ ਹੁਣ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਕੰਮ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਜੇਕਰ ਅਸੀਂ ਕੋਸਾਈਨਾਂ ਦੇ ਤਿਕੋਣ ਨਿਯਮ ਨੂੰ ਵੇਖਦੇ ਹਾਂ ਤਾਂ ਅਸੀਂ ਆਸਾਨੀ ਨਾਲ  $sh$  ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ  $ow$  ਇਹ ਡੱਟ ਉਤਪਾਦ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਦੇ ਹੋਏ ਜੇਕਰ ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਇੱਕ ਵੈਕਟਰ ਹੈ  $a$  ਇੱਥੇ ਵੈਕਟਰ  $b$  ਉਹਨਾਂ ਵਿਚਕਾਰ ਕੋਣ ਥੀਟਾ ਹੈ ਜੇਕਰ ਮੈਂ ਹੁਣ ਇਸਨੂੰ ਪਲਾਟ ਕਰਦਾ ਹਾਂ ਤਾਂ ਇਹ ਵੈਕਟਰ ਇੱਕ ਘਟਾਓ  $b$  ਵੈਕਟਰ ਤੋਂ ਇਲਾਵਾ ਹੋਰ ਕੁਝ ਨਹੀਂ ਹੈ ਅਤੇ ਆਓ ਇਸਨੂੰ  $c$  ਕਹਿੰਦੇ ਹਾਂ ਕਿਉਂਕਿ ਜਦੋਂ ਮੈਂ ਇਸ ਵਿੱਚ  $b$  ਜੋੜਦਾ ਹਾਂ ਵੈਕਟਰ ਮੈਂ ਤਿਕੋਣ ਦਾ ਤੀਜਾ ਪਾਸਾ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਦਾ ਹਾਂ ਜੇ ਮੈਨੂੰ  $a$  ਦਿੰਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਇਹ ਵੈਕਟਰ ਜਿਸ ਨੂੰ ਮੈਂ  $c$  ਕਿਹਾ ਹੈ ਤੀਜਾ ਵੈਕਟਰ ਇੱਕ ਘਟਾਓ  $b$  ਹੈ ਇਸਲਈ ਸਪਸ਼ਟ ਤੌਰ 'ਤੇ ਅਸੀਂ ਵੈਕਟਰ  $c$  ਨੂੰ ਵੈਕਟਰ  $a$  ਘਟਾਓ  $b$  ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਲਿਖ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਅਤੇ ਜੇਕਰ ਮੈਂ ਇਸਨੂੰ ਸ਼ਬਦਾਂ ਵਿੱਚ ਲਿਖ ਸਕਦਾ ਹਾਂ। ਦੀ ਤੀਬਰਤਾ ਫਿਰ  $c$  ਦਾ ਮਾਪਦੰਡ ਇੱਕ ਘਟਾਓ  $b$  ਦੀ ਤੀਬਰਤਾ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਤਾਂ ਹੁਣ ਅਸੀਂ ਕੀ ਕਰੀਏ ਇਸ ਪਹਿਲੇ ਸਮੀਕਰਨ ਨੂੰ ਲੈਂਦੇ ਹਾਂ, ਆਓ ਆਪਾਂ  $c$  ਦਾ ਇੱਕ ਬਿੰਦੂ ਗੁਣਨਫਲ ਲੈ ਲਈਏ ਜਿਸਦੇ ਦੋਵੇਂ ਪਾਸਿਆਂ ਨਾਲ  $c$  ਦਾ ਬਿੰਦੂ ਗੁਣਨਫਲ ਹੈ ਜਾਂ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਅਸੀਂ  $c$  ਦਾ ਬਿੰਦੀ ਗੁਣਨਫਲ  $c$  ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਲਿਖਾਂਗੇ।  $a$  ਮਾਇਨਸ  $b$  ਨੂੰ ਦੁਬਾਰਾ  $c$  ਦੇ ਨਾਲ ਬਿੰਦੀ ਵਾਲਾ ਜੋ ਕਿ ਇੱਕ ਘਟਾਓ  $b$  ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਇਸਲਈ ਅਸੀਂ ਇਸਨੂੰ ਇਸ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖਦੇ ਹਾਂ ਅਤੇ ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਇੱਥੇ ਕੀ ਹੈ

ਇਸ ਲਈ ਜੇਕਰ ਅਸੀਂ ਇਸਨੂੰ ਵਿਸਤਾਰ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਤਾਂ ਅਸੀਂ  $c$  ਦੇ ਨਾਲ ਬਿੰਦੀ ਵਾਲੇ ਇੱਕ ਪਲੱਸ  $b$  ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਬਿੰਦੀ ਵਾਲੇ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ।  $b$  ਘਟਾਓ ਨਾਲ ਦੋ ਗੁਣਾ ਵੈਕਟਰ  $a$  ਬਿੰਦੀ ਵਾਲਾ  $b$  ਨਾਲ ਜਿੱਥੇ ਅਸੀਂ ਕਮਿਊਟੇਟਿਵ ਅਤੇ ਡਿਸਟ੍ਰੀਬਿਊਟਿਵ ਵਿਸ਼ੇਸ਼ਤਾਵਾਂ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕੀਤੀ ਹੈ ਤਾਂ ਹੁਣ ਜੇਕਰ ਅਸੀਂ  $th$  ਲਿਖਦੇ ਹਾਂ ਕੀ  $c$  ਨਾਲ  $c$  ਬਿੰਦੀ ਹੈ ਇਸ ਨੂੰ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਲਿਖਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ ਕਿ  $c$  ਵਰਗ ਦੀ ਤੀਬਰਤਾ ਇੱਕ ਵਰਗ ਦੀ ਤੀਬਰਤਾ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਅਤੇ  $b$  ਵਰਗ ਘਟਾਓ ਦੀ ਤੀਬਰਤਾ ਦਾ ਦੋ ਗੁਣਾ ਤੀਬਰਤਾ  $a$  ਅਤੇ  $b$  ਦੇ ਵਿਚਕਾਰਲੇ ਕੋਣ ਦੇ  $b$  ਗੁਣਾ ਕੋਸਾਈਨ ਦਾ ਦੋ ਗੁਣਾ ਮੈਗਨੀਟਿਊਡ ਹੈ ਜੋ ਥੀਟਾ ਅਤੇ ਮੈਗਨੀਟਿਊਡ ਹੈ ਇਹ ਸਾਈਡ ਦੀਆਂ ਲੰਬਾਈਆਂ ਤੋਂ ਇਲਾਵਾ ਹੋਰ ਕੁਝ ਨਹੀਂ ਹਨ ਇਸਲਈ ਅਸੀਂ  $c$  ਵਰਗ ਬਰਾਬਰ ਇੱਕ ਵਰਗ ਜੋੜ  $b$  ਵਰਗ ਘਟਾਓ ਦੇ ਐਬ ਕੋਸਾਈਨ ਥੀਟਾ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਜੋ ਕਿ ਤਿਕੋਣਾਂ ਲਈ ਕੋਸਾਈਨ ਨਿਯਮ ਹੈ ਅਤੇ ਜੇ ਅਸੀਂ ਇਹ ਵੀ ਸਮਝਦੇ ਹਾਂ ਕਿ  $ah$  ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਕੋਣ ਦਾ ਕੋਸਾਈਨ ਜੇਕਰ ਦੋ ਹਨ ਵੈਕਟਰ ਅਤੇ ਜੇਕਰ ਉਹ ਇੱਕ ਕੋਣ ਥੀਟਾ ਬਣਾਉਂਦੇ ਹਨ ਤਾਂ ਵੈਕਟਰਾਂ  $a$  ਅਤੇ  $b$  ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਕੋਣ ਦਾ ਕੋਸਾਈਨ ਇਸ ਨੂੰ  $b$  ਨਾਲ ਇੱਕ ਬਿੰਦੀ ਵਾਲੇ ਭਾਗ  $b$  ਦੇ ਗੁਣਾ ਦੀ ਤੀਬਰਤਾ ਨਾਲ ਵੀ ਲਿਖਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ,

ਇਸ ਲਈ ਜੇਕਰ ਸਾਨੂੰ ਦੋ ਵੈਕਟਰਾਂ ਵਿਚਕਾਰ ਕੋਣ ਲੱਭਣਾ ਹੈ ਫਿਰ ਅਸੀਂ ਦੋ ਵੈਕਟਰਾਂ ਦਾ ਬਿੰਦੀ ਗੁਣਨਫਲ ਲੈ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਅਤੇ ਇਹਨਾਂ ਦੀ ਤੀਬਰਤਾ ਨਾਲ ਭਾਗ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਜੇ ਸਾਨੂੰ ਉਹਨਾਂ ਵੈਕਟਰਾਂ ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਕੋਣ ਦਾ ਕੋਸਾਈਨ ਦੇਵੇਗਾ ਜੇ ਅਸੀਂ ਕਈ ਹਾਲਤਾਂ ਵਿੱਚ ਡਾਟ ਉਤਪਾਦ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਅਤੇ ਉਹਨਾਂ ਮਾਤਰਾਵਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਇੱਕ ਜਿੱਥੇ ਤੁਸੀਂ ਬਿੰਦੀ ਉਤਪਾਦ ਨੂੰ ਵੇਖ ਸਕਦੇ ਹੋ। ਕਰੇਗਾ ਜਦੋਂ ਅਸੀਂ ਮਕੈਨਿਕਸ ਦੀ ਗੱਲ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਅਤੇ ਅਸੀਂ ਕਿਸੇ ਬਲ ਦੁਆਰਾ ਕੀਤੇ ਕੰਮ ਦੀ ਗੱਲ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਜਾਂ ਕਿਸੇ ਬਿੰਦੂ 'ਤੇ ਕੰਮ ਕਰਨ ਵਾਲੇ ਬਲ ਦੁਆਰਾ ਕੀਤੇ ਗਏ ਕੰਮ ਦੀ ਗੱਲ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਜਦੋਂ ਅਸੀਂ ਇਹਨਾਂ ਮਾਤਰਾਵਾਂ ਦੀ ਸ਼ਕਤੀ ਵਿੱਚ ਕੀਤੇ ਕੰਮ ਦੀ ਗੱਲ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਤਾਂ ਅਸੀਂ ਦੇਖਾਂਗੇ ਕਿ ਇਹ ਮਾਤਰਾਵਾਂ ਦੇ ਵੈਕਟਰਾਂ ਦੇ ਬਿੰਦੂ ਉਤਪਾਦ ਤੋਂ ਇਲਾਵਾ ਕੁਝ ਨਹੀਂ ਹਨ। ਉਦਾਹਰਨ ਲਈ, ਕੀਤੇ ਗਏ ਕੰਮ ਨੂੰ ਬਲ ਦੇ ਤੌਰ 'ਤੇ ਪਰਿਭਾਸ਼ਿਤ ਕੀਤਾ ਜਾਵੇਗਾ ਅਤੇ ਉਸ ਬਿੰਦੂ ਦੇ ਵਿਸਥਾਪਨ ਦੇ ਨਾਲ ਬਲ ਦਾ ਇੱਕ ਬਿੰਦੂ ਉਤਪਾਦ ਜਿਸ 'ਤੇ ਬਲ ਲਗਾਇਆ ਜਾ ਰਿਹਾ ਹੈ ਅਤੇ ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ ਪਾਵਰ ਨੂੰ ਉਸ ਬਿੰਦੂ ਦੇ ਬਲ ਅਤੇ ਵੇਗ ਦੇ ਬਿੰਦੂ ਉਤਪਾਦ ਵਜੋਂ ਪਰਿਭਾਸ਼ਿਤ ਕੀਤਾ ਜਾਵੇਗਾ ਜਿਸ 'ਤੇ ਬਲ ਲਗਾਇਆ ਜਾ ਰਿਹਾ ਹੈ। ਲਾਗੂ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਹੈ ਤਾਂ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਅਸੀਂ ਡਾਟ ਉਤਪਾਦਾਂ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਾਂਗੇ ਅਤੇ ਬਿੰਦੀ ਉਤਪਾਦਾਂ ਨੂੰ ਸ਼ਾਮਲ ਕਰਨ ਵਾਲੀਆਂ ਹੋਰ ਮਾਤਰਾਵਾਂ ਕੋਰਸ ਵਿੱਚ ਆਉਣਗੀਆਂ ਹੁਣ ਮੰਨ ਲਓ ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਇੱਕ ਵੈਕਟਰ  $a$  ਹੈ ਜੋ  $ax + i$  ਪਲੱਸ  $ay + j$  ਪਲੱਸ  $az + k$  ਦੁਆਰਾ ਦਿੱਤਾ ਗਿਆ ਹੈ ਅਤੇ ਅਸੀਂ ਯੂਨਿਟ ਵੈਕਟਰ ਲੱਭਣਾ ਚਾਹੁੰਦੇ ਹਾਂ ਜਿਸਨੂੰ ਅਸੀਂ  $e$  ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਉਂਦੇ ਹਾਂ। ਸਭ  $a$  ਹੁਣ  $a$  ਦੇ ਨਾਲ ਟੋਪੀ ਦੇ ਨਾਲ ਇਕਾਈ ਵੈਕਟਰ ਜਿਸ ਨੂੰ ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਇੱਕ ਵੈਕਟਰ ਦੁਆਰਾ ਦਿੱਤਾ ਜਾਵੇਗਾ ਜੋ ਕਿ ਦਿਸ਼ਾ  $a$  ਦੇ ਨਾਲ  $1$  ਦੀ ਤੀਬਰਤਾ ਦਾ ਹੈ ਇਸਲਈ ਇਹ ਯੂਨਿਟ ਵੈਕਟਰ  $e$  ਸਭ  $a$  ਵੈਕਟਰ  $a$  ਦੀ ਤੀਬਰਤਾ ਨਾਲ ਭਾਗ ਕੀਤੇ ਵੈਕਟਰ  $a$  ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੋਵੇਗਾ ਅਤੇ ਲੱਭਣ ਲਈ ਵੈਕਟਰ  $a$   $wha$  ਦੀ ਤੀਬਰਤਾ  $t$  ਅਸੀਂ ਇਹ ਕਰਾਂਗੇ ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਅਸੀਂ ਦੇਖਿਆ ਹੈ ਕਿ ਅਸੀਂ ਆਪਣੇ ਨਾਲ  $a$  ਦਾ ਬਿੰਦੀ ਗੁਣਨਫਲ ਲੈ ਲਵਾਂਗੇ ਤਾਂ ਜੋ ਸਾਨੂੰ ਇੱਕ ਵਰਗ ਦਾ ਮਾਪ ਦੇਵੇਗਾ ਅਤੇ ਆਪਣੇ ਨਾਲ  $a$  ਦਾ ਬਿੰਦੂ ਗੁਣਨਫਲ ਸਾਨੂੰ  $ax + by + cz$  ਵਰਗ ਅਤੇ  $ay$  ਵਰਗ ਅਤੇ  $az$  ਵਰਗ ਦੇਵੇਗਾ

ਇਸ ਲਈ ਅਸੀਂ ਆਸਾਨੀ ਨਾਲ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਕਹੋ ਕਿ  $a$  ਦਾ ਮੈਗਨੀਟਿਊਡ  $x$  ਵਰਗ ਦਾ ਵਰਗ ਮੂਲ ਅਤੇ  $ay$  ਵਰਗ ਜੋੜ  $az$  ਵਰਗ ਹੋਵੇਗਾ, ਇਸ ਲਈ  $a$  ਦੇ ਨਾਲ ਇਕਾਈ ਵੈਕਟਰ  $ax + i$  ਪਲੱਸ  $ay + j$  ਪਲੱਸ  $az + k$  ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੋਵੇਗਾ ਅਤੇ ਇਸ ਨੂੰ  $a$  ਦੀ ਤੀਬਰਤਾ ਨਾਲ ਵੰਡਿਆ ਜਾਵੇਗਾ ਇਸਲਈ ਅਸੀਂ ਇਸ ਨੂੰ ਦੋ ਵਰਗ ਮੂਲ ਨਾਲ ਵੰਡਦੇ ਹਾਂ।  $ax$  ਵਰਗ ਪਲੱਸ  $ay$  ਵਰਗ ਅਤੇ  $az$  ਵਰਗ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਕੋਈ ਵੀ ਵੈਕਟਰ ਦਿੱਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਕੋਈ ਵੀ ਵੈਕਟਰ ਦੀ ਤੀਬਰਤਾ ਦਾ ਪਤਾ ਲਗਾ ਸਕਦਾ ਹੈ ਮੰਨ ਲਓ ਕਿ ਸਾਨੂੰ ਇੱਕ ਵੈਕਟਰ  $a$  ਦਿੱਤਾ ਗਿਆ ਹੈ ਅਤੇ ਸਾਨੂੰ ਇੱਕ ਦਿਸ਼ਾ  $eb$  ਦੇ ਨਾਲ  $a$  ਦੇ ਕੰਪੋਨੈਂਟ ਨੂੰ ਲੱਭਣਾ ਹੈ ਜਿਸਦਾ ਮਤਲਬ ਹੈ ਕਿ ਕੁਝ ਦਿਸ਼ਾ ਦਿੱਤੀ ਗਈ ਹੈ ਜਿੱਥੇ  $eb$  ਉਸ ਦਿਸ਼ਾ ਦੇ ਨਾਲ ਇੱਕ ਯੂਨਿਟ ਵੈਕਟਰ ਹੈ ਜਾਂ ਅਸੀਂ ਕਹਿ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਅਸੀਂ  $a$  ਦੇ ਨਾਲ  $b$  ਦੇ ਕੰਪੋਨੈਂਟ ਨੂੰ ਲੱਭਣਾ ਚਾਹੁੰਦੇ ਹਾਂ ਤਾਂ ਇਹ ਕੰਪੋਨੈਂਟ ਵੈਕਟਰ ਦੁਆਰਾ  $eb$  ਦੇ ਨਾਲ ਇੱਕ ਬਿੰਦੀ ਵਾਲਾ ਦਿੱਤਾ ਗਿਆ ਹੈ ਇਹ ਸਾਨੂੰ ਕਈ ਸਮੱਸਿਆਵਾਂ ਵਿੱਚ ਵੀ  $a$  ਦਾ ਕੰਪੋਨੈਂਟ ਦਿੰਦਾ ਹੈ ਜਿਸਦੀ ਤੁਹਾਨੂੰ ਲੋੜ ਹੋ ਸਕਦੀ ਹੈ।  $a$  ਦਾ ਕੰਪੋਨੈਂਟ ਲੱਭਣ ਲਈ ਜੇ ਲੰਬਵਤ  $t$  ਹੈ  $o$   $eb$  ਇਸਲਈ ਸਾਨੂੰ  $eb$  ਦੇ ਲੰਬਕਾਰ ਦੇ ਕੰਪੋਨੈਂਟ ਨੂੰ ਲੱਭਣ ਦੀ ਵੀ ਲੋੜ ਹੋ ਸਕਦੀ ਹੈ ਤਾਂ ਇਸ ਸਥਿਤੀ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਕੀ ਕਰਾਂਗੇ ਪਹਿਲਾਂ ਅਸੀਂ  $e$   $b$  ਨਾਲ ਇੱਕ ਬਿੰਦੀ ਵਾਲਾ ਵੈਕਟਰ ਲਵਾਂਗੇ ਇਹ ਸਾਨੂੰ  $eb$  ਦੇ ਨਾਲ ਇੱਕ  $eb$  ਦਾ ਕੰਪੋਨੈਂਟ ਦੇਵੇਗਾ ਹੁਣ ਇਹ ਇੱਕ ਸਕੇਲਰ ਹੈ ਤਾਂ ਅਸੀਂ ਕੀ ਕਰਾਂਗੇ ਕੀ ਅਸੀਂ ਵੈਕਟਰ  $eb$  ਦੇ ਨਾਲ  $eb$  ਦੇ ਨਾਲ ਇੱਕ ਬਿੰਦੀ ਵਾਲੇ ਨੂੰ ਲੈਂਦੇ ਹਾਂ ਇਸ ਨੂੰ ਅਸੀਂ ਇੱਕ ਨਾਲ  $eb$  ਦੇ ਵੈਕਟਰ ਕੰਪੋਨੈਂਟ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਸੰਬੋਧਿਤ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਅਤੇ ਹੁਣ ਜੇਕਰ ਅਸੀਂ ਉਸ ਕੰਪੋਨੈਂਟ ਨੂੰ ਲੱਭਣਾ ਚਾਹੁੰਦੇ ਹਾਂ ਜੋ  $eb$  ਲਈ ਲੰਬਵਤ ਹੈ ਤਾਂ ਵੈਕਟਰ  $a$  ਘਟਾਓ  $a$  ਬਿੰਦੀ ਦੇ ਨਾਲ  $eb$  ਗੁਣਾ ਵੈਕਟਰ  $eb$  ਇਹ ਸਾਨੂੰ  $a$  ਦਾ ਕੰਪੋਨੈਂਟ ਦੇਵੇਗਾ ਜੋ  $eb$  ਲਈ ਲੰਬਵਤ ਹੈ ਇਸਲਈ ਕੁਝ ਸਮੱਸਿਆਵਾਂ ਵਿੱਚ ਇਸਦੀ ਲੋੜ ਹੋ ਸਕਦੀ ਹੈ ਪਰ ਇੱਕ ਗੱਲ ਸਾਨੂੰ ਇਹ ਸਮਝਣ ਦੀ ਲੋੜ ਹੈ ਕਿ ਜੇਕਰ ਅਸੀਂ ਕਿਸੇ ਪਾਸ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਵੈਕਟਰ ਦੇ ਕੰਪੋਨੈਂਟ ਦੀ ਗੱਲ ਕਰੀਏ ਤਾਂ ਅਸੀਂ ਇਸਨੂੰ ਲੈ ਕੇ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ। ਅਸੀਂ ਉਸ ਦਿਸ਼ਾ ਦੇ ਨਾਲ ਇਕਾਈ ਵੈਕਟਰ ਦੇ ਨਾਲ ਵੈਕਟਰ ਦਾ ਬਿੰਦੂ ਗੁਣਨਫਲ ਲੈ ਕੇ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ, ਜੇਕਰ ਮੈਂ ਉਸੇ ਵੈਕਟਰ ਦੇ ਹਿੱਸੇ ਨੂੰ ਦੂਜੀ ਦਿਸ਼ਾ ਦੇ ਨਾਲ ਲੈਂਦਾ ਹਾਂ ਤਾਂ ਮੈਂ ਇਸ ਵੈਕਟਰ ਦੇ ਬਿੰਦੀ ਗੁਣਨਫਲ ਨੂੰ ਦੂਜੀ ਦਿਸ਼ਾ ਦੇ ਨਾਲ ਯੂਨਿਟ ਵੈਕਟਰ ਦੇ ਨਾਲ ਲੈ ਕੇ ਕਰ ਸਕਦਾ ਹਾਂ। ਦਿਸ਼ਾ ਹੁਣ ਇਹਨਾਂ ਦੇ ਕੰਪੋਨੈਂਟ ਦਾ ਜੋੜ  $ents$  ਮੂਲ ਵੈਕਟਰ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਤਾਂ ਹੀ ਹੋਣਗੇ ਜੇਕਰ ਕੰਪੋਨੈਂਟ ਦੀਆਂ ਦਿਸ਼ਾਵਾਂ ਲੰਬਵਤ ਹਨ ਜੇਕਰ ਉਹ ਲੰਬਵਤ ਨਹੀਂ ਹਨ ਤਾਂ ਸਾਨੂੰ ਅਸਲ ਵੈਕਟਰ  $a$  ਦੁਬਾਰਾ ਨਹੀਂ ਮਿਲੇਗਾ ਜੇ ਅਸਲ ਵਿੱਚ ਅਸਲ ਵੈਕਟਰ ਦੇ  $0$  ਅਤੇ  $2$  ਗੁਣਾ ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਕਿਤੇ ਪਿਆ ਹੋਵੇਗਾ

ਇਸ ਲਈ ਇਸ ਦਾ ਜੋੜ ਮੂਲ ਵੈਕਟਰ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੋਣ ਵਾਲੇ ਦੋ ਕੰਪੋਨੈਂਟ ਕੇਵਲ ਤਾਂ ਹੀ ਹੋਣਗੇ ਜੇਕਰ ਕੰਪੋਨੈਂਟ ਇੱਕ ਦੂਜੇ ਦੇ ਆਪਸ ਵਿੱਚ ਲੰਬਵਤ ਹੋਣ, ਹੁਣ ਪਹਿਲੀ ਕਿਸਮ ਦੇ ਉਤਪਾਦ ਨੂੰ ਦੇਖਣ ਤੋਂ ਬਾਅਦ ਆਓ ਅਸੀਂ ਦੂਜੇ ਗੁਣਨਫਲ ਜਾਂ ਦੂਜੀ ਕਿਸਮ ਦੇ ਉਤਪਾਦ ਨੂੰ ਵੇਖੀਏ ਜਿਸਨੂੰ ਦੋ ਵੈਕਟਰਾਂ ਦਾ ਵੈਕਟਰ ਉਤਪਾਦ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਹੁਣ ਇਸ ਉਤਪਾਦ ਨੂੰ ਹੁਣ ਕਰਾਸ ਉਤਪਾਦ ਵੀ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਅਸੀਂ ਸਕੇਲਰ ਉਤਪਾਦ ਵਿੱਚ ਦੇਖਿਆ ਸੀ ਕਿ ਦੋ ਵੈਕਟਰਾਂ ਦਾ ਗੁਣਨਫਲ ਇੱਕ ਸਕੇਲਰ ਸੀ ਇਸ ਕੇਸ ਵਿੱਚ ਦੋ ਵੈਕਟਰਾਂ ਦਾ ਵੈਕਟਰ ਗੁਣਨਫਲ ਇੱਕ ਵੈਕਟਰ ਮਾਤਰਾ ਹੈ ਇਹ ਇੱਕ ਸਕੇਲਰ ਨਹੀਂ ਹੈ ਅਤੇ ਅਗਾਊ ਕੋਰਸਾਂ ਵਿੱਚ ਤੁਸੀਂ ਵੀ ਦੇਖੋ ਕਿ ਇਹ ਇੱਕ ਸੀਮਤ ਅਰਥਾਂ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਵੈਕਟਰ ਹੈ ਪਰ ਸਾਡੇ ਉਦੇਸ਼ਾਂ ਲਈ ਅਸੀਂ ਇਸਨੂੰ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਲਵਾਂਗੇ ਕਿ ਦੋ ਵੈਕਟਰਾਂ ਦਾ ਵੈਕਟਰ ਗੁਣਨਫਲ ਇੱਕ ਵੈਕਟਰ ਹੈ ਹੁਣ ਅਸੀਂ ਇਸਨੂੰ ਕਿਵੇਂ ਲਿਖ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਮੰਨ ਲਓ ਕਿ  $i$   $h$ ?  $ave$  ਦੇ ਵੈਕਟਰ  $a$  ਅਤੇ  $b$  ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਇੱਕੋ ਵੈਕਟਰ  $a$  ਅਤੇ ਵੈਕਟਰ  $b$  ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਸਨ ਇਸਲਈ ਅਸੀਂ ਇੱਕ ਉਤਪਾਦ ਨੂੰ ਪਰਿਭਾਸ਼ਿਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਜਿਸਨੂੰ ਅਸੀਂ ਹੁਣ ਚਿੰਨ੍ਹ  $x$  ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਜਾਂ ਇੱਕ ਕਰਾਸ  $b$  ਨੂੰ ਪਾਰ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਜਿਸਨੂੰ ਅਸੀਂ ਕਹਿੰਦੇ ਹਾਂ ਇਸਨੂੰ ਇੱਕ ਵੈਕਟਰ ਵਜੋਂ ਪਰਿਭਾਸ਼ਿਤ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਜੋ ਪਹਿਲਾਂ ਹੈ ਅਸੀਂ ਇਸਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਦਿੰਦੇ ਹਾਂ ਇਸ ਵੈਕਟਰ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵੈਕਟਰ  $a$  ਅਤੇ ਵੈਕਟਰ  $b$  ਵਾਲੇ ਪਲੇਨ ਲਈ ਸਾਧਾਰਨ ਹੈ ਜਿਸਦਾ

ਮਤਲਬ ਹੈ ਕਿ ਇਸਦੇ ਉੱਪਰ  $a$  ਅਤੇ  $b$  ਦੇ ਵੈਕਟਰ ਹਮੇਸ਼ਾ ਇੱਕ ਪਲੇਨ ਨੂੰ ਇੱਕ ਕਰਾਸ  $b$  ਇੱਕ ਵੈਕਟਰ ਬਣਾਉਂਦੇ ਹਨ ਜੋ ਇਸ ਪਲੇਨ ਲਈ ਲੰਬਵਤ ਹੈ ਹੁਣ ਪਹਿਲਾਂ ਮੈਨੂੰ ਦੱਸੋ ਮੈਗਨੀਟਿਊਡ ਬਾਰੇ ਗੱਲ ਕਰੋ ਕਿਉਂਕਿ ਇਸ ਸਾਧਾਰਨ ਦੀਆਂ ਆਪਣੇ ਆਪ ਵਿੱਚ ਦਿਸ਼ਾਵਾਂ ਹੋ ਸਕਦੀਆਂ ਹਨ ਅਤੇ ਉਸ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਇੱਕ ਪਲ ਵਿੱਚ ਸਮਝਾਈ ਜਾਵੇਗੀ, ਇਸਲਈ ਇੱਕ ਕਰਾਸ  $b$  ਦੀ ਤੀਬਰਤਾ  $a$  ਅਤੇ ਵਿਚਕਾਰਲੇ ਕੋਣ ਦੇ  $b$  ਗੁਣਾ ਸਾਈਨ ਦੇ ਇੱਕ ਗੁਣਾ ਦੀ ਤੀਬਰਤਾ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੋਵੇਗੀ।  $b$  ਇਸਲਈ ਜੇਕਰ ਅਸੀਂ  $a$  ਅਤੇ  $b$  ਵਿਚਕਾਰਲੇ ਕੋਣ ਨੂੰ ਥੀਟਾ ਕਹਿੰਦੇ ਹਾਂ ਤਾਂ ਇੱਕ ਕਰਾਸ  $b$  ਦੀ ਤੀਬਰਤਾ  $b$  ਗੁਣਾ ਸਾਈਨ ਥੀਟਾ ਦੇ ਗੁਣਾ ਦੀ ਤੀਬਰਤਾ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੋਵੇਗੀ ਅਤੇ ਮੈਨੂੰ ਇਸ ਨੂੰ ਵੈਕਟਰ  $c$  ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਕਾਲ ਕਰਨ ਦਿਓ ਤਾਂ ਹੁਣ ਅਸੀਂ ਕੀ ਕਹਿ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਕੀ ਵੈਕਟਰ  $c$  ਨੂੰ  $c$  ਗੁਣਾ  $ma$  ਦੇ ਨਾਲ ਇੱਕ ਯੂਨਿਟ ਵੈਕਟਰ ਵਜੋਂ ਲਿਖਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ  $b$  ਗੁਣਾ  $\sin \theta$  ਦੀ ਇੱਕ ਵਾਰ ਦੀ ਤੀਬਰਤਾ ਸਾਨੂੰ ਅਜੇ ਵੀ ਦੱਸਣਾ ਪਏਗਾ ਕਿ  $c$  ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਕੀ ਹੈ ਜੋ ਸਾਨੂੰ  $ec$  ਦੋਵੇਂਗੀ ਇਸਲਈ  $c$  ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਸੱਜੇ ਹੱਥ ਦੇ ਧਾਰੇ ਦੇ ਨਿਯਮ ਦੁਆਰਾ ਨਿਰਧਾਰਤ ਕੀਤੀ ਜਾਂਦੀ ਹੈ ਅਤੇ ਇਹ ਇੱਕ ਨਿਸ਼ਚਿਤ ਪਰੰਪਰਾ ਹੈ ਜਿਸਦੀ ਵਰਤੋਂ ਅਸੀਂ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਤਾਂ ਕੀ ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਵੈਕਟਰ  $a$  ਹੈ ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਵੈਕਟਰ  $b$  ਹੈ ਤਾਂ ਜੋ ਅਸੀਂ ਵੈਕਟਰ  $a$  ਨੂੰ  $b$  ਵੱਲ ਉਹਨਾਂ ਵਿਚਕਾਰ ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟੇ ਕੋਣ ਦੁਆਰਾ ਘੁੰਮਾਉਂਦੇ ਹਾਂ ਇੱਕ ਵਾਰ ਫਿਰ ਅਸੀਂ  $a$  ਅਤੇ  $b$  ਵਿਚਕਾਰ ਕੋਣ ਦੇ ਛੋਟੇ ਕੋਣ ਨੂੰ ਵੇਖਾਂਗੇ ਦੂਜੇ ਕੋਣ ਹਮੇਸ਼ਾ ਇੱਕ ਪ੍ਰਤੀਬਿੰਬ ਹੋਵੇਗਾ। ਕੋਣ

ਇਸ ਲਈ ਅਸੀਂ  $a$  ਅਤੇ  $b$  ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟੇ ਛੋਟੇ ਕੋਣ ਦੁਆਰਾ ਵੇਖਦੇ ਹਾਂ ਅਸੀਂ  $a$  ਨੂੰ  $b$  ਵੱਲ ਘੁੰਮਾਉਂਦੇ ਹਾਂ ਹੁਣ ਤੁਹਾਡੇ ਵਿੱਚੋਂ ਜਿਨ੍ਹਾਂ ਨੇ ਪੇਚ ਦੇਖਿਆ ਹੈ ਜਦੋਂ ਅਸੀਂ ਇੱਕ ਪੇਚ ਨੂੰ ਘੁੰਮਾਉਂਦੇ ਹਾਂ ਤਾਂ ਪੇਚ ਇੱਕ ਧੁਰੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਚਲਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਜੇਕਰ ਮੈਂ  $a$  ਨੂੰ  $b$  ਵੱਲ ਵਧਾਉਂਦਾ ਹਾਂ ਅਤੇ ਪੇਚ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਇੱਕ ਸੱਜੇ ਹੱਥ ਵਾਲਾ ਧਾਗਾ ਫਿਰ ਉਹ ਦਿਸ਼ਾ ਜਿਸ ਵਿੱਚ ਪੇਚ ਚੱਲੇਗਾ ਜੋ ਸਾਨੂੰ ਇੱਕ ਕਰਾਸ  $b$  ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਦੇਵੇਗਾ ਇਸਲਈ ਅਸੀਂ  $a$  ਨੂੰ  $b$  ਵੱਲ ਘੁੰਮਾਉਂਦੇ ਹਾਂ ਅਤੇ ਉਹ ਦਿਸ਼ਾ ਜਿਸ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਸੱਜੇ ਹੱਥ ਵਾਲਾ ਪੇਚ ਚਲਦਾ ਹੈ ਜੋ ਇੱਕ ਕਰਾਸ  $b$  ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਦਿੰਦਾ ਹੈ ਜਾਂ  $c$  ਹੁਣ ਇੱਕ ਹੋਰ ਤਰੀਕਾ ਹੈ ਜਿਸ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਦੇਖ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਇਸ 'ਤੇ ਅਤੇ ਇਸ ਨੂੰ ਅਸੀਂ ਸੱਜੇ ਹੱਥ ਦੇ ਅੰਗੂਠੇ ਦੇ ਨਿਯਮ ਵਜੋਂ ਕਹਿੰਦੇ ਹਾਂ ਅਤੇ ਜੇ ਹਰ ਕਿਸੇ ਲਈ ਦੇਖਣਾ ਆਸਾਨ ਹੈ,

ਇਸ ਲਈ ਅਸੀਂ ਕੀ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਅਸੀਂ ਦੇ ਵੈਕਟਰ ਰੱਖਦੇ ਹਾਂ ਇਹ ਵੈਕਟਰ ਹੈ ਅਤੇ ਇਹ ਵੈਕਟਰ ਹੈ ਅਸੀਂ ਦੇ ਵੈਕਟਰਾਂ ਨੂੰ ਪੂਛਾਂ ਨਾਲ ਬਦਲਦੇ ਹਾਂ ਅਤੇ ਹੁਣ ਧਿਆਨ ਦਿਓ ਜਦੋਂ ਅਸੀਂ ਇਹ ਕਰ ਰਹੇ ਹੁੰਦੇ ਹਾਂ ਤਾਂ ਸਾਨੂੰ ਇਸ ਅਭਿਆਸ ਨੂੰ ਸੱਜੇ ਹੱਥ ਨਾਲ ਕਰਨਾ ਪੈਂਦਾ ਹੈ, ਇਸ ਲਈ ਜੇਕਰ ਤੁਹਾਡੇ ਵਿੱਚੋਂ ਜ਼ਿਆਦਾਤਰ ਜੋ ਇਹ ਕਰ ਰਹੇ ਹਨ, ਜੇਕਰ ਤੁਸੀਂ ਸੱਜੇ ਹੱਥ ਵਾਲੇ ਹੋ ਤਾਂ ਆਪਣੀ ਕਲਮ ਛੱਡ ਦਿਓ ਜਦੋਂ ਤੁਸੀਂ ਇਹ ਅਭਿਆਸ ਕਰ ਰਹੇ ਹੋ, ਜੇਕਰ ਤੁਸੀਂ ਆਪਣੀ ਕਲਮ ਫੜ ਰਹੇ ਹੋ ਤਾਂ ਸੰਭਵ ਹੈ ਕਿ ਤੁਸੀਂ ਇਸਨੂੰ ਆਪਣੇ ਖੱਬੇ ਹੱਥ ਨਾਲ ਕਰਨ ਨਾਲ ਤੁਹਾਨੂੰ ਗਲਤ ਨਤੀਜਾ ਮਿਲੇਗਾ ਇਸਲਈ ਇਹ ਕਮਰਤ ਤੁਹਾਡੇ ਸੱਜੇ ਹੱਥ ਨਾਲ ਕਰਨੀ ਪਵੇਗੀ, ਤੁਸੀਂ ਸੱਜੇ ਹੱਥ ਨੂੰ ਫੜਦੇ ਹੋ ਅਤੇ ਤੁਸੀਂ ਕੀ ਕਰਦੇ ਹੋ ਕਿ ਤੁਸੀਂ ਆਪਣੇ ਸੱਜੇ ਹੱਥ ਦੀਆਂ ਉਂਗਲਾਂ ਨੂੰ ਉਸ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਘੁੰਮਾਉਂਦੇ ਹੋ ਜਦੋਂ ਇੱਕ ਇੱਕ ਘੁੰਮਦੀ ਹੈ। ਛੋਟੇ ਕੋਣ ਰਾਹੀਂ  $b$  ਵੱਲ

ਇਸ ਲਈ ਇਸ ਸਥਿਤੀ ਵਿੱਚ  $a$  ਅਤੇ  $b$  ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਹਨ ਅਸੀਂ ਸੱਜੇ ਹੱਥ ਨੂੰ  $a$  ਤੋਂ  $b$  ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਘੁੰਮਾਉਂਦੇ ਹਾਂ ਅਤੇ ਅੰਗੂਠੇ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਮੈਨੂੰ ਇੱਕ ਕਰਾਸ  $b$  ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਦਿੰਦੀ ਹੈ ਤਾਂ ਇੱਥੇ  $ah$  ਤਾਂ ਅਸੀਂ ਦੋਵਾਂ ਨੂੰ ਰੱਖਦੇ ਹਾਂ ਪੂਛਾਂ ਦੇ ਨਾਲ ਵੈਕਟਰ ਇਕੱਠੇ ਹੁੰਦੇ ਹਨ ਅਤੇ ਸੱਜੇ ਹੱਥ ਦੀਆਂ ਉਂਗਲਾਂ ਨੂੰ ਕਰਲ ਕਰਦੇ ਹਨ  $d$   $a$  ਤੋਂ  $b$  ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਅਤੇ ਜਦੋਂ ਅਸੀਂ ਇਹ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਅੰਗੂਠੇ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਇੱਕ ਕਰਾਸ  $b$  ਵੱਲ ਇਸ਼ਾਰਾ ਕਰਦੀ ਹੈ ਤਾਂ ਹੁਣ ਤੁਸੀਂ ਵੇਖੋਗੇ ਕਿ ਕੀ ਮੈਂ ਇੱਕ ਕਰਾਸ  $b$  ਕਰ ਰਿਹਾ ਹਾਂ ਇਸਦਾ ਮਤਲਬ ਹੈ ਕਿ ਮੈਂ  $a$  ਤੋਂ  $b$  ਵੱਲ ਮੋੜ ਰਿਹਾ ਹਾਂ ਮੇਰਾ ਅੰਗੂਠਾ ਅੰਦਰ ਵੱਲ ਜਾਂ ਹੇਠਾਂ ਵੱਲ ਇਸ਼ਾਰਾ ਕਰ ਰਿਹਾ ਹੈ ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਤੁਸੀਂ ਹੁਣ ਦੇਖੋਗੇ ਕਿ ਜੇਕਰ ਮੈਂ  $b$  ਨੂੰ ਪਾਰ ਕਰਦਾ ਹਾਂ ਤਾਂ ਇਸਦਾ ਮਤਲਬ ਹੈ ਕਿ ਮੈਂ ਆਪਣੀਆਂ ਉਂਗਲਾਂ  $b$  'ਤੇ ਰੱਖ ਕੇ ਉਹਨਾਂ ਨੂੰ  $a$  ਵੱਲ ਮੋੜਾਂਗਾ ਹੁਣ ਤੁਸੀਂ ਵੇਖੋਗੇ ਕਿ ਅੰਗੂਠਾ ਉੱਪਰ ਵੱਲ ਇਸ਼ਾਰਾ ਕਰ ਰਿਹਾ ਹੈ ਇਸਲਈ  $b$  ਨੂੰ ਪਾਰ ਕਰੋ ਅਤੇ ਇੱਕ ਕਰਾਸ  $b$  ਉਹ ਉਲਟ ਦਿਸ਼ਾਵਾਂ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਕਰਾਸ  $b$  ਨੂੰ ਇਸ਼ਾਰਾ ਕਰਦੇ ਹਨ।  $b$  ਕਰਾਸ  $a$  ਦੇ ਉਲਟ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਬਿੰਦੂਆਂ ਦਾ ਮਤਲਬ ਹੈ ਕਿ ਅਸੀਂ ਸਪੱਸ਼ਟ ਤੌਰ 'ਤੇ ਕਹਿ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਇੱਕ ਕਰਾਸ  $b$  ਬਰਾਬਰ ਹੈ  $b$  ਕਰਾਸ  $a$  ਦੇ ਘਟਾਓ ਅਤੇ ਇਹ ਸਾਨੂੰ ਇਹ ਵੀ ਦੱਸਦਾ ਹੈ ਕਿ ਇਹ ਉਤਪਾਦ ਵਟਾਂਦਰਾਯੋਗ ਨਹੀਂ ਹੈ, ਬਿੰਦੀ ਉਤਪਾਦ ਵਟਾਂਦਰਾਯੋਗ ਸੀ ਪਰ ਇਹ ਦੂਜੀ ਚੀਜ਼ ਨਹੀਂ ਹੈ ਜੋ ਅਸੀਂ ਇਸ ਉਤਪਾਦ ਬਾਰੇ ਦੇਖਦੇ ਹਾਂ ਉਹ ਇਹ ਹੈ ਕਿ ਜੇਕਰ ਅਸੀਂ ਇੱਕ ਕਰਾਸ  $b$  ਪਲੱਸ  $c$  ਨੂੰ ਵੇਖਦੇ ਹਾਂ ਤਾਂ ਡਿਸਟਰੀਬਿਊ ਡਿਸਟਰੀਬਿਊਟਿਵ ਗੁਣ ਅਜੇ ਵੀ ਕੰਮ ਕਰਦਾ ਹੈ ਇਹ ਇੱਕ ਕਰਾਸ  $b$  ਪਲੱਸ ਇੱਕ ਕਰਾਸ  $c$  ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ, ਜੇਕਰ ਅਸੀਂ ਇੱਕ ਕਰਾਸ  $a$  ਨੂੰ ਵੇਖਦੇ ਹਾਂ ਤਾਂ ਇਹ  $a$  ਦੀ ਤੀਬਰਤਾ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੋਵੇਗਾ। ਕਿਸੇ  $an$  ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਕੋਣ ਦੇ ਸਾਈਨ ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਦੀ ਤੀਬਰਤਾ ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕੀਤਾ ਗਿਆ  $d$   $a$  ਹੁਣ ਕਿਉਂਕਿ  $a$  ਅਤੇ  $a$  ਇਸ ਕੋਣ ਦੇ ਇੱਕ ਵੈਕਟਰ ਸਾਈਨ ਹਨ,  $a$  ਅਤੇ  $a$  ਵਿਚਕਾਰ ਕੋਣ ਜ਼ੀਰੋ ਹੋਵੇਗਾ, ਇਸਲਈ ਇੱਕ ਕਰਾਸ  $a$  ਹਮੇਸ਼ਾ ਜ਼ੀਰੋ ਹੋਵੇਗਾ ਸਿਰਫ ਇਹ ਨਹੀਂ ਕਿ ਜੇਕਰ ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਦੋ ਸਮਾਨਾਂਤਰ ਵੈਕਟਰ  $a$  ਅਤੇ  $b$  ਹਨ ਤਾਂ ਵੀ ਜੇਕਰ ਇਹ ਹੈ ਇੱਕ ਵੈਕਟਰ  $a$  ਅਤੇ ਇੱਕ ਹੋਰ ਵੈਕਟਰ  $b$  ਹੈ ਜੋ  $a$  ਦੇ ਸਮਾਨਾਂਤਰ ਹੈ ਤਾਂ ਤੁਸੀਂ ਇਸ ਕੇਸ ਵਿੱਚ ਵੀ ਵੇਖੋਗੇ ਕਿ ਇੱਕ ਕਰਾਸ  $b$  ਜ਼ੀਰੋ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੋਵੇਗਾ ਕਿਉਂਕਿ ਇਹਨਾਂ ਦੇ ਵੈਕਟਰਾਂ ਵਿਚਕਾਰ ਕੋਣ ਜ਼ੀਰੋ ਹੈ ਹੁਣ ਕਾਰਟੇਸ਼ੀਅਨ ਧੁਰਾ ਜਿਸਨੂੰ ਅਸੀਂ ਖਿੱਚ ਰਹੇ ਹਾਂ। ਤੁਹਾਨੂੰ ਦਿਖਾਇਆ ਹੈ ਜੋ ਅਸੀਂ ਪਿਛਲੇ ਲੈਕਚਰ ਵਿੱਚ ਵੀ ਵਰਤਿਆ ਹੈ ਜੇਕਰ ਅਸੀਂ ਇਸ ਬਾਰੇ ਗੱਲ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਜਿਵੇਂ ਕਿ  $x$  ਧੁਰਾ ਇਹ  $y$  ਧੁਰਾ ਹੈ ਇਹ  $z$  ਧੁਰਾ ਹੈ ਤਾਂ ਤੁਸੀਂ ਮਹਿਸੂਸ ਕਰੋਗੇ ਕਿ ਉਹ ਹਮੇਸ਼ਾ ਇਸ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਸੱਜੇ ਹੱਥ ਹੁੰਦੇ ਹਨ ਕਿ ਜੇਕਰ ਅਸੀਂ ਦੇਖਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਕੀ ਅਸੀਂ ਇਸ ਤੋਂ ਘੁੰਮਦੇ ਹਾਂ  $x$  ਤੋਂ  $y$  ਫਿਰ ਤੀਜਾ ਧੁਰਾ  $z$  ਧੁਰਾ ਅੰਗੂਠੇ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵੱਲ ਇਸ਼ਾਰਾ ਕਰੇਗਾ ਇਸਲਈ ਕਾਰਟੇਸ਼ੀਅਨ ਧੁਰੀ ਜਦੋਂ ਅਸੀਂ ਇਹਨਾਂ ਨੂੰ ਖਿੱਚਦੇ ਹਾਂ ਤਾਂ ਅਸੀਂ ਇਹਨਾਂ ਨੂੰ  $3d$  ਵਿੱਚ ਖਿੱਚਦੇ ਹਾਂ ਅਸੀਂ ਉਹਨਾਂ ਨੂੰ ਹਮੇਸ਼ਾ ਸੱਜੇ ਹੱਥ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਖਿੱਚਦੇ ਹਾਂ ਅਤੇ ਇਸਦਾ ਨਤੀਜਾ ਜਿਵੇਂ ਤੁਸੀਂ ਦੇਖੋਗੇ ਜੇਕਰ ਅਸੀਂ ਹੁਣ ਇਕਾਈ ਵੈਕਟਰ  $ijk$  ਲਿਖਦੇ ਹਾਂ ਤਾਂ ਸਪੱਸ਼ਟ ਤੌਰ 'ਤੇ  $i$  ਕਰਾਸ  $j$  ਅਤੇ  $k$   $c$  ਨੂੰ ਕਰਾਸ ਕਰੋ  $ross$   $k$  ਇਹ ਸਾਰੇ ਜ਼ੀਰੋ ਹੋਣਗੇ ਪਰ ਜੇਕਰ ਅਸੀਂ ਕਰਾਸ ਦਿਸ਼ਾ ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਉਤਪਾਦਾਂ ਨੂੰ ਦੇਖਦੇ ਹਾਂ ਜਿਸਦਾ ਮਤਲਬ ਹੈ ਕਿ ਅਸੀਂ  $i$  ਕਰਾਸ  $j$  ਨੂੰ ਦੇਖਦੇ ਹਾਂ ਇਹ  $k$  ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੋਵੇਗਾ ਅਤੇ ਫਿਰ ਜੇਕਰ ਮੈਂ  $j$  ਕਰਾਸ  $k$  ਨੂੰ ਵੇਖਦਾ ਹਾਂ ਅਤੇ ਇਸ ਨੂੰ ਦਿਖਾਉਣ ਲਈ  $i$  ਨੂੰ ਵੇਖਣ ਲਈ ਇਹ ਜੇਕਰ ਮੈਂ  $z$  ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ  $x$  ਤੋਂ  $yi$  ਬਿੰਦੂ ਵੱਲ ਜਾਂਦਾ ਹਾਂ ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ ਜੇਕਰ ਮੈਂ  $y$  ਦਿਸ਼ਾ ਤੋਂ  $z$  ਦਿਸ਼ਾ ਵੱਲ ਜਾਂਦਾ ਹਾਂ ਜੇਕਰ ਮੈਂ ਆਪਣੀਆਂ ਉਂਗਲਾਂ ਨੂੰ ਘੁੰਮਾਵਾਂ ਤਾਂ ਮੈਂ ਉੱਪਰ ਵੱਲ ਇਸ਼ਾਰਾ ਕਰ ਰਿਹਾ ਹਾਂ ਜੋ ਕਿ  $x$  ਦਿਸ਼ਾ ਹੈ ਅਤੇ ਜੇਕਰ ਮੈਂ  $z$  ਤੋਂ  $xi$  ਵੱਲ ਜਾਂਦਾ ਹਾਂ। ਪਲੱਸ  $y$  ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵੱਲ ਇਸ਼ਾਰਾ ਕਰਦੇ ਹੋਏ ਇਸ ਲਈ ਸਾਡੇ ਕੋਲ  $j$  ਕਰਾਸ  $k$  ਬਰਾਬਰ  $i$  ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਅਤੇ  $k$  ਕਰਾਸ  $i$   $j$  ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਅਤੇ ਜੇਕਰ ਤੁਸੀਂ ਇਹਨਾਂ ਨੂੰ ਦੇਖਦੇ ਹੋ ਤਾਂ ਇਹ ਇੱਕ ਚੱਕਰ ਬਣਾਉਂਦੇ ਹਨ ਕਿ ਜੇਕਰ ਅਸੀਂ  $ijk$  ਨੂੰ ਇੱਕ ਕ੍ਰਮ ਵਿੱਚ ਰੱਖਦੇ ਹਾਂ ਤਾਂ  $i$  ਪਾਰ  $j$  ਬਰਾਬਰ ਹੈ  $k$   $j$  ਕ੍ਰਮ  $k$  ਬਰਾਬਰ  $i$  ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਅਤੇ  $k$  ਕ੍ਰਮ  $i$   $j$  ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਭਾਵ ਜੇਕਰ ਅਸੀਂ ਇਹਨਾਂ  $ij$   $k$  ਨੂੰ ਇੱਕ ਚੱਕਰੀ ਕ੍ਰਮ ਵਿੱਚ ਫਾਲੇ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਤਾਂ ਸਾਨੂੰ ਤੀਸਰੀ ਚੀਜ਼ ਮਿਲੇਗੀ ਜੋ ਸਕਾਰਾਤਮਕ ਹੋਵੇਗੀ ਪਰ ਜੇਕਰ ਅਸੀਂ  $nt$   $cyclic$  ਜਾਂਦੇ ਹਾਂ ਤਾਂ ਅਸੀਂ ਉਲਟ ਕਰ ਰਹੇ ਹਾਂ। ਦਿਸ਼ਾਵਾਂ ਅਤੇ ਸਪੱਸ਼ਟ ਤੌਰ 'ਤੇ  $i$  ਕ੍ਰਮ  $j$  ਦਾ ਘਟਾਓ ਘਟਾਓ  $k$  ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਅਤੇ ਘਟਾਓ  $i$  ਕਰਾਸ  $j$  ਵੀ  $j$  ਕਰਾਸ  $i$  ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਇਸਲਈ ਸਾਡੇ ਕੋਲ  $j$  ਕਰਾਸ  $i$  ਮਾਇਨਸ ਕੀ ਕ੍ਰਮ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ  $s$   $k$  ਘਟਾਓ  $j$  ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਅਤੇ  $k$  ਕਰਾਸ  $j$  ਘਟਾਓ  $i$  ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ,

ਇਸ ਲਈ ਜਦੋਂ ਅਸੀਂ ਇਹ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਇਸਦਾ ਮਤਲਬ ਹੈ ਕਿ ਅਸੀਂ ਐਂਟੀਸਾਈਕਲਿਕ ਕਰ ਰਹੇ ਹਾਂ ਤਾਂ ਇਹ ਉਹਨਾਂ ਨੂੰ ਯਾਦ ਰੱਖਣ ਦਾ ਇੱਕ ਤਰੀਕਾ ਹੈ ਤੁਸੀਂ ਇਸਨੂੰ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹੋ ਤਾਂ ਅਸੀਂ ਸਾਨੂੰ ਇਸ ਚੱਕਰੀ ਕ੍ਰਮ ਨੂੰ ਵੇਖਣ ਦਿੱਤਾ ਹੈ। ਸਕਾਰਾਤਮਕ ਅਤੇ ਐਂਟੀਸਾਈਕਲਿਕ ਹੈ ਜਿਸਦਾ ਮਤਲਬ ਹੈ ਕਿ ਅਸੀਂ ਉਲਟ ਅਰਥਾਂ ਵਿੱਚ ਜਾਂਦੇ ਹਾਂ ਐਂਟੀਸਾਈਕਲਿਕ ਕ੍ਰਮ ਨਕਾਰਾਤਮਕ ਹੈ ਇਸਲਈ ਹੁਣ ਅਸੀਂ ਵੇਖੀਏ ਕਿ ਜੇਕਰ ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਦੋ ਵੈਕਟਰ  $a$  ਅਤੇ  $b$  ਹਨ ਜੋ ਕਾਰਟੇਸ਼ੀਅਨ ਕੋਆਰਡੀਨੇਟਸ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਏ ਗਏ ਹਨ ਤਾਂ ਅਸੀਂ ਪੂਰੇ ਵਿਸਤਾਰ ਅਤੇ ਖੋਜ ਕਰਨ ਲਈ ਵਿਕਸਤ ਕੀਤੇ ਨਿਯਮਾਂ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ। ਇਹਨਾਂ ਵੈਕਟਰਾਂ ਦਾ ਕਰਾਸ ਉਤਪਾਦ ਤਾਂ ਫਿਰ ਅਸੀਂ ਇੱਕ ਕਰਾਸ  $b$  ਨੂੰ  $ax$   $i$  ਪਲੱਸ  $ay$   $j$  ਪਲੱਸ  $az$   $k$  ਨੂੰ  $bx$   $i$  ਪਲੱਸ  $by$   $j$  ਪਲੱਸ  $bz$   $k$  ਦੇ ਨਾਲ ਲਿਖ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਅਤੇ ਇਹ ਫਿਰ ਵਿਸਤਾਰ ਕਰ ਸਕਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਇਹ  $aybz$  ਘਟਾਓ  $azby$  ਪਲੱਸ  $azbx$  ਘਟਾਓ  $axbz$  ਗੁਣਾ  $j$  ਪਲੱਸ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੋਵੇਗਾ।  $axby$  minus  $aybx$  times  $k$  ਅਤੇ ਇਹ ਨਿਯਮਾਂ ਦੀ ਪਾਲਣਾ ਕਰਦੇ ਹਨ ਕਿ  $i$  cross  $i$  is  $0$   $i$  cross  $j$  is  $k$  ਆਦਿ ਜਿਸਨੂੰ ਅਸੀਂ ਹੁਣ ਦੇਖਿਆ ਹੈ ਇਸ ਨੂੰ ਦੇਖਣ ਦਾ ਇੱਕ ਹੋਰ ਤਰੀਕਾ ਨਿਰਧਾਰਕ ਦੀ ਧਾਰਨਾ ਦੁਆਰਾ ਹੈ ਜੋ ਤੁਸੀਂ ਆਪਣੇ ਗਣਿਤ ਦੇ ਕੋਰਸਾਂ ਵਿੱਚ ਦੇਖਿਆ ਹੈ ਤਾਂ ਜੇਕਰ  $we$   $x$  ਅਸੀਂ ਇੱਕ ਕਰਾਸ  $b$  ਨੂੰ ਨਿਰਧਾਰਨ ਵਜੋਂ ਲਿਖ ਸਕਦੇ ਹਾਂ Nant of  $ijk$   $axayaz$  ਇਹ ਕਰਾਸ ਉਤਪਾਦ ਦਾ ਪਹਿਲਾ ਹੈ, ਦੂਜਾ ਅਸੀਂ ਤੀਸਰੀ ਕਤਾਰ  $bxbybz$  ਦੇ ਤੌਰ 'ਤੇ ਲਿਖਦੇ ਹਾਂ ਅਤੇ ਜੇਕਰ ਤੁਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹੋ ਕਿ ਨਿਰਧਾਰਕਾਂ ਨੂੰ ਕਿਵੇਂ ਵਿਸਤਾਰ ਕਰਨਾ ਹੈ ਤਾਂ ਪਹਿਲੇ ਸ਼ਬਦ ਨੂੰ ਮੈਂ ਦਿਖਾਵਾਂਗਾ ਕਿ ਇਹ  $i$  times  $aybz$  minus  $by$  times  $az$  ਆਦਿ ਹੋਵੇਗਾ।

ਇਸ ਲਈ ਹੁਣ ਇਸਦੀ ਵਿਆਖਿਆ ਕੀਤੀ ਜਾ ਸਕਦੀ ਹੈ, ਆਉ ਅਸੀਂ ਕਰਾਸ ਉਤਪਾਦ ਦੇ ਕੁਝ ਕਾਰਾਂ ਨੂੰ ਵੇਖੀਏ, ਪਹਿਲਾ ਜੇਕਰ ਅਸੀਂ ਇੱਕ ਕਰਾਸ  $b$  ਦੀ ਤੀਬਰਤਾ ਨੂੰ ਵੇਖਦੇ ਹਾਂ ਤਾਂ ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਦੋ ਵੈਕਟਰ  $a$  ਅਤੇ  $b$  ਹਨ ਅਤੇ ਜੇਕਰ ਅਸੀਂ ਸਮਾਨੰਤਰਗ੍ਰਾਮ ਨੂੰ ਵੇਖਦੇ ਹਾਂ ਜੋ  $a$  ਦੁਆਰਾ ਬਣਦਾ ਹੈ ਕਰਾਸ  $b$  ਫਿਰ ਇੱਕ ਕਰਾਸ  $b$  ਦੀ ਤੀਬਰਤਾ ਇਹ  $a$  ਅਤੇ  $b$  ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਕੋਣ ਦੇ  $b$  ਗੁਣਾ ਸਾਈਨ ਦੇ ਇੱਕ ਗੁਣਾ ਦੀ ਤੀਬਰਤਾ ਦੁਆਰਾ ਦਿੱਤੀ ਜਾਂਦੀ ਹੈ ਹੁਣ ਇਹ ਸਪੱਸ਼ਟ ਤੌਰ 'ਤੇ ਹੈ ਜੇਕਰ ਤੁਸੀਂ ਇਸ ਸਮਾਨਾਂਤਰ ਨੂੰ ਦੇਖਦੇ ਹੋ ਤਾਂ ਇਹ ਇਸ ਸਮਾਨਾਂਤਰ ਦੇ ਖੇਤਰਫਲ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ। ਇੱਕ ਕਰਾਸ  $b$  ਦੀ ਵਿਸ਼ਾਲਤਾ ਸਾਨੂੰ ਸਾਈਡ  $a$  ਅਤੇ  $b$  ਦੇ ਵੈਕਟਰਾਂ ਦੁਆਰਾ ਬਣਾਏ

ਗਏ ਸਮਾਨਤਰ ਚੱਕ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਪ੍ਰਦਾਨ ਕਰਦੀ ਹੈ ਇਸਲਈ ਇਹ ਮੈਗਨੀਟਿਊਡ  $a$  ਅਤੇ  $b$  ਸਾਈਡਾਂ ਦੇ ਸਮਾਨਤਰ ਭੂਮੀ ਦੇ ਖੇਤਰਫਲ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ, ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਇੱਕ ਸਮਾਨਤਰ ਪਾਈਪ ਹੈ ਜਿਸਦੇ ਪਾਸੇ  $ab$  ਹਨ। ਅਤੇ  $c$  ਦਾ ਮਤਲਬ ਹੈ ਕਿ ਜੇਕਰ ਅਸੀਂ ਇਹ  $a$  ਹਾਂ ਇਹ  $b$  ਇਹ ਹੈ  $c$  ਹੈ ਤਾਂ ਇਸ ਦਾ ਮਤਲਬ ਹੈ ਕਿ ਅਸੀਂ ਇਸ ਸਮਾਨਤਰ ਨੂੰ ਪੂਰਾ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਅਤੇ  $c$  ਨਾਲ ਅਸੀਂ ਇਸਨੂੰ ਪੂਰਾ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਅਸੀਂ ਇਸ ਚਿੱਤਰ ਨੂੰ ਦੇਖਦੇ ਹਾਂ ਜੋ ਕਿ  $ah$  ਪੈਰਲਲ ਪਾਈਪੇਟ ਹੈ ਜਿਸਦੀ ਭੁਜਾ  $ab$  ਅਤੇ  $c$  ਹੈ ਤਾਂ ਫਿਰ ਪੈਰਲਲ ਪਾਈਪੇਟ ਦਾ ਆਇਤਨ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦਿੱਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਅਸੀਂ ਇਸਨੂੰ  $v$  ਫਿਰ  $v$  ਕਹਿੰਦੇ ਹਾਂ।  $c$  ਨਾਲ ਬਿੰਦੀ ਵਾਲੇ ਇੱਕ ਕਰਾਸ  $b$  ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਅਤੇ ਕਿਉਂਕਿ ਇਹ ਸਮਾਨਤਰ ਪਾਈਪ ਦੇ ਤਿੰਨ ਪਾਸੇ ਹਨ ਜੇਕਰ ਅਸੀਂ ਇੱਕ ਚੱਕਰੀ ਕ੍ਰਮ ਵਿੱਚ ਅੱਗੇ ਵਧਦੇ ਹਾਂ ਤਾਂ ਸਾਨੂੰ ਉਹੀ ਚੀਜ਼ ਮਿਲੇਗੀ ਇਸਲਈ ਇਹ ਇੱਕ ਕਰਾਸ  $b$  ਬਿੰਦੀ  $c$  ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਵੀ ਹੈ ਤਾਂ ਇਹ ਬਰਾਬਰ ਹੋਵੇਗਾ  $b$  ਕਰਾਸ  $c$  ਡਾਟਡ  $a$  ਦੇ ਨਾਲ ਅਤੇ ਇਹ  $b$  ਦੇ ਨਾਲ  $c$  ਕਰਾਸ  $a$  ਡਾਟਡ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੋਵੇਗਾ ਇਸਲਈ ਅਸੀਂ ਇੱਕ ਸਮਾਨਤਰ ਪਾਈਪੇਟ ਦੀ ਮਾਤਰਾ ਲੱਭਣ ਲਈ ਬਿੰਦੀ ਉਤਪਾਦ ਅਤੇ  $\cos$  ਉਤਪਾਦ ਕਰਾਸ ਉਤਪਾਦ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਫਿਰ ਮਕੈਨਿਕਸ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਟਾਰਕ ਦੀ ਧਾਰਨਾ ਨੂੰ ਵੇਖ ਸਕਾਂਗੇ ਜਾਂ ਕਿਸੇ ਬਿੰਦੂ ਦੇ ਬਾਰੇ ਇੱਕ ਬਲ ਦੀ ਗਤੀ

ਇਸ ਲਈ ਮੰਨ ਲਓ ਕਿ ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਇੱਕ ਬਿੰਦੂ  $o$  ਹੈ ਅਤੇ ਇੱਕ ਬਲ  $f$  ਕੰਮ ਕਰ ਰਿਹਾ ਹੈ ਤਾਂ ਉੱਥੇ ਅਸੀਂ ਕੀ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਜੇਕਰ ਅਸੀਂ  $o$  ਤੋਂ ਇੱਕ ਵੈਕਟਰ ਖਿੱਚਦੇ ਹਾਂ ਤਾਂ ਅਸੀਂ ਇੱਕ ਵੈਕਟਰ ਨੂੰ  $o$  ਤੋਂ  $f$  ਬਲ ਦੀ ਕਿਰਿਆ ਦੀ ਰੇਖਾ ਵੱਲ ਖਿੱਚਦੇ ਹਾਂ ਅਤੇ ਕਰੀਏ ਮੈਂ ਇਸ ਵੈਕਟਰ ਨੂੰ  $r$  ਕਹਿੰਦਾ ਹਾਂ ਫਿਰ ਅਸੀਂ  $f$  ਬਲ ਦੇ ਪਲ ਨੂੰ  $o$  ਬਾਰੇ ਪਰਿਭਾਸ਼ਿਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਇਸ ਨੂੰ ਕਰਾਸ ਪ੍ਰੋਡ ਵਜੋਂ ਪਰਿਭਾਸ਼ਿਤ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ  $r$  ਅਤੇ  $f$  ਦੇ  $uct$  ਕਈ ਵਾਰ ਅਸੀਂ ਇਸਨੂੰ ਟਾਰਕ ਵੀ ਕਹਿੰਦੇ ਹਾਂ ਇਸਲਈ ਫੋਰਸ ਦਾ ਪਲ ਸਾਨੂੰ ਟਾਰਕ ਦੇਵੇਗਾ ਅਤੇ ਕਰਾਸ ਉਤਪਾਦ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕੀਤੀ ਜਾ ਰਹੀ ਹੈ ਤਾਂ ਅਸੀਂ ਜੇਕਰ ਅਸੀਂ ਕਰਾਸ ਉਤਪਾਦ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਵੀ ਲੱਭਦੇ ਹਾਂ ਜਦੋਂ ਅਸੀਂ ਗੱਲ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਇੱਕ ਬਿੰਦੂ ਚਾਰਟ ਜਦੋਂ ਅਸੀਂ ਇੱਕ ਚੁੰਬਕੀ ਖੇਤਰ  $b$  ਵਿੱਚ ਵੇਗ  $bv$  ਨਾਲ ਗਤੀਸ਼ੀਲ ਬਿੰਦੂ ਚਾਰਜ ਦੀ ਗੱਲ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਤਾਂ ਇਸ ਚਾਰਜ 'ਤੇ ਬਲ  $v$  ਕਰਾਸ  $b$  ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਇਸਲਈ ਇਹ ਦੁਬਾਰਾ ਅਸੀਂ ਇਸਨੂੰ ਦਿਖਾਉਣ ਲਈ ਕਰਾਸ ਉਤਪਾਦ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਤਾਂ ਵੀ ਜੇਕਰ ਅਸੀਂ ਜੇਕਰ ਅਸੀਂ ਇਹ ਦਿਖਾਉਣਾ ਹੈ ਕਿ ਦੋ ਵੈਕਟਰ ਇੱਕ ਦੂਜੇ ਦੇ ਸਮਾਨਤਰ ਹਨ ਤਾਂ ਅਸੀਂ ਲੈ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਜੇਕਰ ਅਸੀਂ ਇਹ ਦਿਖਾਉਂਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਕਰਾਸ ਗੁਣਨਫਲ ਜ਼ੀਰੋ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਤਾਂ ਦੋ ਵੈਕਟਰ ਇੱਕ ਦੂਜੇ ਦੇ ਸਮਾਨਤਰ ਹੋਣਗੇ ਹੁਣ ਅਸੀਂ ਇੱਕ ਛੋਟੀ ਜਿਹੀ ਉਦਾਹਰਣ ਲੈਂਦੇ ਹਾਂ ਜਿਸ ਵਿੱਚ ਕੁਝ ਸ਼ਾਮਲ ਹਨ ਇਹਨਾਂ ਵੈਕਟਰ ਓਪਰੇਸ਼ਨਾਂ ਵਿੱਚੋਂ

ਇਸ ਲਈ ਮੰਨ ਲਓ ਕਿ ਸਾਨੂੰ ਇੱਕ ਵੈਕਟਰ  $b$  ਦਿੱਤਾ ਗਿਆ ਹੈ  $xi$  ਪਲੱਸ ਤਿੰਨ  $j$  ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਅਤੇ ਇੱਕ ਵੈਕਟਰ  $c$  ਦੇ  $i$  ਪਲੱਸ  $yj$  ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਹੁਣ ਸਾਨੂੰ  $x$  ਅਤੇ  $y$  ਅਜਿਹੇ ਲੱਭਣੇ ਪੈਣਗੇ ਕਿ  $b$  ਅਤੇ  $c$  ਵੈਕਟਰ  $d$  ਦੇ ਲੰਬਕਾਰ ਹਨ। ਫਾਈ ਫਾਈ ਪਲੱਸ ਛੇ  $j$  ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਅਤੇ ਦੂਜਾ ਭਾਗ ਕਹਿੰਦਾ ਹੈ ਕਿ ਇਹਨਾਂ ਮੁੱਲਾਂ ਲਈ ਦਿਖਾਓ ਦਾ  $x$  ਅਤੇ  $y$  ਵੈਕਟਰ  $b$  ਵੈਕਟਰ  $c$  ਦੇ ਸਮਾਨਤਰ ਹੈ ਇਸਲਈ ਪਹਿਲੇ ਭਾਗ ਲਈ ਸਾਨੂੰ ਕੀ ਕਰਨਾ ਹੈ ਸਾਨੂੰ ਇੱਕ ਵੈਕਟਰ  $d$  ਦਿੱਤਾ ਗਿਆ ਹੈ ਅਤੇ ਸਾਨੂੰ ਇੱਕ ਵੈਕਟਰ  $b$  ਦਿੱਤਾ ਗਿਆ ਹੈ ਜਿੱਥੇ ਇੱਕ ਅਣਜਾਣ ਹੈ ਸਾਨੂੰ  $x$  ਅਤੇ  $y$  ਅਜਿਹੇ  $b$  ਨੂੰ ਲੱਭਣਾ ਹੋਵੇਗਾ।  $d$  ਲਈ ਲੰਬਵਤ ਹੈ ਇਸਲਈ ਭਾਗ ਲਈ ਇੱਕ ਵੈਕਟਰ  $b$   $d$  ਦਾ ਲੰਬਵਤ ਹੈ ਇਸਦਾ ਮਤਲਬ ਹੁਣ  $d$  ਹੈ ਜੇਕਰ ਤੁਹਾਨੂੰ ਯਾਦ ਹੈ ਕਿ  $5$  ਫਾਈ ਪਲੱਸ  $6j$  ਹੈ ਅਤੇ ਵੈਕਟਰ  $b$   $xi$  ਪਲੱਸ ਤਿੰਨ  $j$  ਹੈ ਇਸਲਈ ਕਿਉਂਕਿ  $b$   $d$  ਲਈ ਲੰਬਵਤ ਹੈ ਇਸ ਦਾ ਮਤਲਬ ਹੈ  $b$  ਬਿੰਦੀ  $d$  ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਜ਼ੀਰੋ ਲਈ ਤਾਂ ਇਹ ਸਾਨੂੰ ਪੰਜ  $x$  ਜੋੜ ਅਠਾਰਾਂ ਜ਼ੀਰੋ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਦੇਵੇਗਾ

ਇਸ ਲਈ  $x$  ਬਰਾਬਰ ਘਟਾਓ ਅਠਾਰਾਂ ਨੂੰ ਪੰਜ ਨਾਲ ਭਾਗ ਕੀਤਾ ਜਾਵੇਗਾ ਅਤੇ ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ ਅਸੀਂ  $c$  ਨਾਲ ਬਿੰਦੀ  $d$  ਦਾ ਜ਼ੀਰੋ ਹੋਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ ਕਿਉਂਕਿ  $c$   $d$  ਲਈ ਲੰਬਵਤ ਹੈ ਅਤੇ  $c$  ਨੂੰ  $2i$  ਵਜੋਂ ਦਿੱਤਾ ਗਿਆ ਸੀ। ਪਲੱਸ  $yj$  ਸੇ  $c$  ਬਿੰਦੀ  $d$  ਸਾਨੂੰ ਦੇਵੇਗਾ ਜਦੋਂ ਅਸੀਂ  $c$  ਬਿੰਦੀ  $d$  ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਤਾਂ ਜੇ ਮੈਨੂੰ  $2i$  ਪਲੱਸ  $5\phi$  ਦੇਵੇਗਾ ਤਾਂ ਜੇ ਸਾਨੂੰ  $10$  ਦੇਵੇਗਾ ਅਤੇ ਜਦੋਂ ਅਸੀਂ  $y$  ਜੋੜ  $6$  ਲਵਾਂਗੇ ਤਾਂ  $10$  ਜੋੜ  $6y$  ਬਰਾਬਰ  $0$  ਹੈ ਤਾਂ  $y$  ਹੈ ਘਟਾਓ  $10$  ਗੁਣਾ  $6$  ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਜਾਂ ਇਹ ਘਟਾਓ  $5$  ਗੁਣਾ ਤਿੰਨ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਤਾਂ ਹੁਣ ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਕੀ ਹੈ ਜੇਕਰ ਅਸੀਂ ਇਹਨਾਂ ਮੁੱਲਾਂ ਲਈ ਵੈਕਟਰ  $b$  ਬਰਾਬਰ ਘਟਾਓ ਅਠਾਰਾਂ ਗੁਣਾ ਪੰਜ ਫਾਈ ਪਲੱਸ ਤਿੰਨ  $j$  ਅਤੇ ਵੈਕਟਰ  $c$  ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ। ਦੇ  $i$  ਘਟਾਓ ਪੰਜ ਗੁਣਾ ਤਿੰਨ  $j$  ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਹੁਣ ਇਹ ਦਿਖਾਉਣ ਲਈ ਕਿ  $b$  ਅਤੇ  $c$  ਸਮਾਨਤਰ ਹਨ

ਇਸ ਲਈ ਭਾਗ  $b$  ਨੂੰ ਦਿਖਾਉਣ ਲਈ  $b$   $c$  ਦੇ ਸਮਾਨਤਰ ਹੈ ਅਸੀਂ ਲੈਂਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਕ੍ਰਾਸ ਉਤਪਾਦ ਨੂੰ ਚੰਗੀ ਤਰ੍ਹਾਂ ਲੈਂਦੇ ਹਾਂ ਇਸ ਨੂੰ ਕਰਨ ਦੇ ਬਹੁਤ ਸਾਰੇ ਤਰੀਕੇ ਹਨ ਇੱਕ ਤਰੀਕਾ ਹੈ ਲੈਣਾ। ਕਰਾਸ ਉਤਪਾਦ ਤਾਂ ਆਓ ਪਹਿਲਾਂ ਉਸ ਨੂੰ ਵੇਖੀਏ ਤਾਂ ਅਸੀਂ  $b$  ਕਰਾਸ  $c$  ਲੈਂਦੇ ਹਾਂ ਤਾਂ ਜੇ ਇਸ ਨਿਰਧਾਰਕ  $ijk$  ਘਟਾਓ ਅਠਾਰਾਂ ਗੁਣਾ ਪੰਜ ਤਿੰਨ ਜ਼ੀਰੋ ਦੇ ਘਟਾਓ ਪੰਜ ਗੁਣਾ ਤਿੰਨ ਜ਼ੀਰੋ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੋਵੇਗਾ ਅਤੇ ਇਹ ਸਾਨੂੰ  $k$  ਗੁਣਾ ਘਟਾਓ ਅਠਾਰਾਂ ਗੁਣਾ ਪੰਜ ਗੁਣਾ ਘਟਾਓ ਪੰਜ ਨਾਲ ਮਿਲਦਾ ਹੈ। ਤਿੰਨ ਘਟਾਓ ਤਿੰਨ ਨੂੰ ਦੇ ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰੋ ਤਾਂ ਇਹ ਸਾਨੂੰ ਮੂਲ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਜ਼ੀਰੋ  $k$  ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਦੇਵੇਗਾ

ਇਸ ਲਈ ਕਿਉਂਕਿ ਇਹ ਜ਼ੀਰੋ  $b$  ਅਤੇ  $c$  ਸਮਾਨਤਰ ਹਨ ਅਜਿਹਾ ਕਰਨ ਦਾ ਇੱਕ ਹੋਰ ਤਰੀਕਾ ਹੈ ਅਸੀਂ  $b$  ਦੇ ਨਾਲ ਯੂਨਿਟ ਵੈਕਟਰ ਲਿਖ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਅਸੀਂ  $c$  ਦੇ ਨਾਲ ਯੂਨਿਟ ਵੈਕਟਰ ਲਿਖ ਸਕਦੇ ਹਾਂ। ਅਤੇ ਜੇਕਰ ਉਹ ਸਮਾਨਤਰ ਜਾਂ ਵਿਰੋਧੀ ਸਮਾਨਤਰ ਹਨ ਤਾਂ ਸਾਨੂੰ ਉਹੀ ਚੀਜ਼ ਮਿਲੇਗੀ

ਇਸ ਲਈ ਅਸੀਂ  $b$  ਨੂੰ  $b$  ਅਤੇ  $c$  ਦੀ ਤੀਬਰਤਾ ਨਾਲ  $c$  ਦੀ ਤੀਬਰਤਾ ਨਾਲ ਭਾਗ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਅਤੇ ਜੇਕਰ ਅਸੀਂ ਇੱਕੋ ਇਕਾਈ ਵੈਕਟਰ ਜਾਂ ਇੱਕ ਦੂਜੇ ਦੇ ਨੈਗੇਟਿਵ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਤਾਂ ਅਸੀਂ ਵੀ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਦਿਖਾਓ ਕਿ  $b$   $c$  ਦੇ ਸਮਾਨਤਰ ਹੈ ਇਸਲਈ ਇਹ ਇੱਕ ਹੋਰ ਤਰੀਕਾ ਹੈ ਹੁਣ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ  $\text{suppo}$  ਕਰੀਏ  $se$  ਸਾਨੂੰ ਦਿੱਤਾ ਗਿਆ ਹੈ, ਆਓ ਆਪਾਂ ਇੱਕ ਛੋਟੀ ਜਿਹੀ ਉਦਾਹਰਣ ਦੁਬਾਰਾ ਲੈਂਦੇ ਹਾਂ ਮੰਨ ਲਓ ਕਿ ਸਾਨੂੰ ਇੱਕ ਵੈਕਟਰ  $a$  ਦਿੱਤਾ ਗਿਆ ਹੈ ਜੋ ਕਿ  $\phi$   $\phi$  ਪਲੱਸ  $10j$  ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ, ਹੁਣ ਇੱਕ ਵੈਕਟਰ  $b$  ਦੇ ਕੰਪੋਨੈਂਟ ਲੱਭੋ ਜਿੱਥੇ  $b$  ਤਿੰਨ  $i$  ਪਲੱਸ ਚਾਰ  $j$  ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਅਤੇ ਦੂਜਾ ਭਾਗ ਅਸੀਂ ਕਹਿੰਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਵੈਕਟਰ  $b$  ਦੇ ਲੰਬਵਤ ਦੇ ਕੰਪੋਨੈਂਟ ਨੂੰ ਲੱਭੋ,

ਇਸ ਲਈ ਇੱਥੇ ਸਾਨੂੰ  $b$  ਦੇ ਨਾਲ  $a$  ਦੇ ਕੰਪੋਨੈਂਟ ਨੂੰ ਲੱਭਣਾ ਹੈ,

ਇਸ ਲਈ ਭਾਗ ਇੱਕ ਪਹਿਲੀ ਖੋਜ ਲਈ ਮੈਂ ਇਸ ਨੂੰ ਪਹਿਲੀ ਖੋਜ  $eb$  ਨੂੰ ਦਰਸਾਵਾਂਗਾ ਅਤੇ ਫਿਰ ਅਸੀਂ ਵੈਕਟਰ ਨੂੰ  $eb$  ਦੇ ਨਾਲ ਇੱਕ ਬਿੰਦੀ ਵਾਲੇ ਅਤੇ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਲੈਂਦੇ ਹਾਂ ਅਸੀਂ ਪਹਿਲਾਂ ਸਮਝਾਇਆ ਹੈ ਕਿ  $ah$  ਇਹ  $a$  ਨਾਲ  $b$  ਦਾ ਕੰਪੋਨੈਂਟ ਹੋਵੇਗਾ ਅਤੇ ਦੂਜੇ ਭਾਗ ਦਾ ਪਤਾ ਲਗਾਉਣ ਲਈ ਅਸੀਂ ਕੀ ਕਰਾਂਗੇ ਅਸੀਂ ਵੈਕਟਰ  $a$  ਘਟਾਓ  $a$  ਬਿੰਦੀ ਵਾਲੇ  $eb$  ਦੇ ਨਾਲ ਲਵਾਂਗੇ ਅਤੇ ਯੂਨਿਟ ਵੈਕਟਰ  $b$  ਦੇ ਨਾਲ ਇਹ ਇੱਕ ਲੰਬਕਾਰੀ ਦਾ ਭਾਗ ਹੋਵੇਗਾ।  $b$  ਤਾਂ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਕੋਈ ਇਸਨੂੰ ਕਿਵੇਂ ਕੰਮ ਕਰ ਸਕਦਾ ਹੈ ਇਹ ਸਧਾਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹਨ ਅਤੇ ਤੁਸੀਂ ਇਹਨਾਂ ਉੱਤਰਾਂ ਨੂੰ ਤਿਆਰ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹੋ ਅਤੇ ਇੱਕ ਹੋਰ ਗੱਲ ਜੇਕਰ ਤੁਸੀਂ ਉਹਨਾਂ ਦੇ ਵੈਕਟਰਾਂ ਦੇ ਜਵਾਬਾਂ ਦੀ ਜਾਂਚ ਕਰਨੀ ਹੈ ਜੇ ਤੁਹਾਨੂੰ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦੇ ਹਨ ਜੇਕਰ ਤੁਸੀਂ ਉਹਨਾਂ ਵੈਕਟਰਾਂ ਦਾ ਇੱਕ ਬਿੰਦੂ ਉਤਪਾਦ ਲੈਂਦੇ ਹੋ ਤਾਂ ਤੁਹਾਨੂੰ ਇਹ ਕਰਨਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ ਉਹਨਾਂ ਨੂੰ  $0$  ਕਰੋ ਕਿਉਂਕਿ ਉਹ ਆਪਸ ਵਿੱਚ ਲੰਬਵਤ ਹਨ ਇਸਲਈ ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਸੀ ਕਿਨੇਮੈਟਿਕਸ ਤੋਂ ਥੋੜਾ ਜਿਹਾ ਚੱਕਰ ਲਗਾਉਣਾ ਕਿਉਂਕਿ ਅਸੀਂ ਅਗਲੀ ਕਲਾਸ ਵਿੱਚ ਵੈਕਟਰਾਂ ਨੂੰ ਦੇਖਣਾ ਸ਼ੁਰੂ ਕੀਤਾ ਹੈ ਅਸੀਂ ਪਲੇਨਰ ਮੋਸ਼ਨ ਨੂੰ ਦੇਖਾਂਗੇ ਅਸੀਂ ਇੱਕ ਸਮਤਲ ਵਿੱਚ ਗਤੀ ਨੂੰ ਦੇਖਾਂਗੇ ਅਤੇ ਅਸੀਂ ਵੇਗ ਅਤੇ ਪ੍ਰਵੇਗ ਲਈ ਸਮੀਕਰਨਾਂ ਨੂੰ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਾਂਗੇ ਅਤੇ ਫਿਰ ਅਸੀਂ ਸਥਿਰਤਾ ਲਈ ਕੇਸ ਨੂੰ ਦੇਖਾਂਗੇ ਪ੍ਰਵੇਗ