आम्ही शेवटच्या वर्गात सदिश ऑपरेशन्सवर आमची चर्चा चालू ठेवू y अक्षाच्या बाजूने एकक सदिश होता आणि k हा z अक्षाच्या बाजूने एकक सदिश आहे आणि आम्ही जे दाखवले होते ते म्हणजे सदिश a ला axi अधिक ayj plus azk असे कसे लिहिता येते त्याचप्रमाणे जर आपल्याकडे दुसरा सदिश b असेल तर सदिश b देखील सोबत सोडवला जाऊ शकतो. या घटकांना bxi plus byj plus bzk असे लिहिता येते , कार्टेशियन अक्ष दिशांसह व्हेक्टर सोडवण्याचा एक फायदा हा आहे की एकदा आपण या दिशानिर्देशांसह सदिश सोडवल्यास व्हेक्टर जोडणे अगदी सहज करता येते, जर आपण वेक्टर व्यक्त केले असतील तर a आणि b याप्रमाणे आणि आम्हाला त्यांची बेरीज शोधायची आहे म्हणून जर आम्हाला अधिक b शोधायचे असेल तर ते सहज शक्य असल्यास ते थेट अधिक bx वेळा i अधिक ay अधिक by गुणिले j अधिक az अधिक bz tim असे लिहिता येईल es k आणि सोपे आहे जर आपल्याला स्केलरने गुणाकार केलेल्या या सदिशांची बेरीज करायची असेल किंवा स्केलरने काहीतरी वजा केले असेल तर आपण असेच अनुसरण करू शकतो, उदाहरणार्थ 2 वेळा वजा तीन वेळा b जर आपल्याला ही बेरीज शोधायची असेल तर ही समान असेल ते दोन वेळा ax i अधिक ayj अधिक azk वजा तीन वेळा bxi अधिक byj अधिक bzk म्हणून हे समान असेल दोन अक्ष वजा 3 bx गुणा i अधिक 2 ay वजा 3 गुणा j अधिक 2 az वजा तीन bz गुणा k

त्यामुळे ah म्हणून ah कार्टेशियन अक्षाच्या बाजूने घटकांसह सदिश निराकरण केल्याने आम्हाला पुढील काही ऑपरेशन्स सुलभ करण्यात मदत होऊ शकते आम्ही सदिशांची उत्पादने देखील पाहू आम्ही सदिशांची बेरीज पाहिली आम्ही सदिशांची वजाबाकी पाहिली आहे आणि जेव्हा स्केलरचा गुणाकार केला जातो तेव्हा आम्ही ah देखील पाहिले आहे सदिशाशी आपण ते कसे हाताळू या पुढे आपण आता सदिशांच्या उत्पादनांबद्दल बोलूया येथे आपण जे पाहतो ते म्हणजे दोन सदिशांची बेरीज एक सदिश आहे परंतु आपण एका उत्पादनासाठी समान गोष्ट म्हणू शकत नाही आणि प्रत्यक्षात आपल्याला ते या स्तरावर दिसेल आम्ही असे म्हणू शकतो की व्हेक्टरचे गुणाकार परिभाषित करण्याचे दोन मार्ग आहेत याचा अर्थ आम्ही आता दोन भिन्न प्रकारची उत्पादने परिभाषित करतो म्हणून आम्ही दोन भिन्न प्रकारचे सदिश उत्पादने परिभाषित करतो आणि येथे आपण पाहणार आहोत की ही दोन्ही उत्पादने गुणाकाराच्या वितरणात्मक नियमाचे पालन करतात. ते a आणि b अधिक c चे गुणाकार आहे म्हणून आपण b अधिक c ने गुणाकार करू हे a आणि c च्या a आणि b अधिक गुणाकाराच्या गुणाकाराच्या समान असेल आणि म्हणून प्रथम उत्पादनाचा प्रथम प्रकार सदिश उत्पादनाचा प्रथम प्रकार परिभाषित करूया ज्याला आपण परिभाषित करतो की दोन सदिशांचे गुण ज्याला आपण स्केलर उत्पादन म्हणतो किंवा आपण यासाठी चिन्ह डॉट वापरतो म्हणून त्याला डॉट उत्पादन देखील म्हणतात आता आपण हे कसे परिभाषित करू

त्यामुळे आपल्याकडे दोन सदिश a आणि vector b आहेत. आणि जेव्हा आपण दोन वेक्टर शेपटींसोबत एकत्र ठेवतो तेव्हा त्यांच्यामधील कोन थीटा असतो आणि हा कोन दोन कोनांपेक्षा लहान असतो कारण a आणि b मधला कोन कोणीतरी त्याच्या दरम्यान तयार होणारा रिफ्लेक्स कोन देखील पाहू शकतो na आणि b परंतु आपण कोनातील लहान पाहतो

त्यामुळे हा कोन थीटा ० आणि १८० अंशांच्या दरम्यान असेल म्हणून आपण आता हे पाहतो व्हेक्टर a आणि व्हेक्टर b चे स्केलर गुणाकार हे याद्वारे परिभाषित केले आहे हे तीन प्रमाणांचा गुणाकार करून दिले जाते पहिला व्हेक्टर a ची परिमाण आहे दुसरा व्हेक्टर b चे परिमाण आहे आणि तिसरा हा a आणि b मधील कोनाचा कोसाइन आहे जो theta चा कोसाइन आहे आणि म्हणून आपण जे लिहितो ते आपण हे सदिश a म्हणून दर्शवतो आणि आम्ही चिन्ह डॉट a डॉट वापरतो b सह बिंदू हे थीटाच्या b गुणिले कोसाइनच्या परिमाणाच्या बरोबरीचे आहे जेथे थीटा आहे जसे मी a आणि b मधला कोन स्पष्ट केला आहे म्हणून हे उत्पादन आहे कारण हे सर्व स्केलर आहेत हे उत्पादन a आहे स्केलर म्हणून डॉट उत्पादन हे नेहमीच स्केलर असते म्हणून आता आपण डॉट उत्पादनाच्या काही गुणधर्मांकडे पाहतो. म्हणून आपण पाहतो तो स्केलर उत्पादन हा पहिला गुणधर्म कम्युटेटिव्ह आहे याचा अर्थ b सह ठिपके असलेला आहे आणि a सह b डॉटेड आहे आणि हे स्पष्ट आहे निश्चित पासून याच्या गुणाकाराचा आयन कारण b सह डॉटेड हे b गुणिले कोसाइन थीटाच्या गुणिले मॅग्निट्यूडच्या बरोबरीचे असेल आणि हे b गुणिले कोसाइन थीटाच्या गुणाकाराच्या परिमाणाच्या बरोबरीचे असेल, म्हणून हे ah असतील हे असे आहे की डॉट ब स्केलर असताना बिंदूचे उत्पादन आता ठीक दिसेल

त्यामुळे आपण पाहतो तो दुसरा गुणधर्म आहे जेव्हा बिंदू b स्केलर असतो तो एकतर सकारात्मक किंवा नकारात्मक असू शकतो त्यामुळे त्यात चिन्ह असू शकते आणि हे असेल a च्या कोनाच्या विशालतेवर अवलंबून असेल. नेहमी b चे मोठेपणा सकारात्मक असेल तर चिन्ह कोन थीटावर अवलंबून असेल जर कोन थीटा शून्य आणि pi बाय दोन दरम्यान असेल तर एक बिंदू b सकारात्मक असेल आणि जर थीटा pi मध्ये असेल तर 2 आणि पाई ने मग एक बिंदू b ऋण असेल म्हणून आता काही इतर गोष्टी ज्या आपण याविषयी पाहतो जर आपण वेक्टरचे डॉट उत्पादन पाहतो तर स्वतः a सह डॉट केलेले असते, तर हे a च्या गुणाकाराच्या परिमाणाशिवाय दुसरे काहीही नसेल शून्य अंशांचा गुणाकार कोसाइन

त्यामुळे thi s हे स्केअरच्या मॅग्निट्युडशिवाय दुसरे काहीही नसेल किंवा व्हेक्टरच्या मॅग्निट्यूडचा स्क्वेअर हे व्हेक्टरचे बिंदू गुणाकार आहे दुसरी गोष्ट पाहू या की बिंदू b 0 च्या बरोबरीचा आहे तर आपण जे पाहतो ते एकतर आवश्यक आहे 0 असेल किंवा b चे परिमाण 0 असेल परंतु जर याला आपण क्षुल्लक प्रकरणे म्हणू शकतो परंतु जर तसे नसेल तर थीटाचा कोसाइन 0 च्या बरोबरीचा असावा आणि थीटाचा कोसाइन 0 असेल तर हे आपल्याला वेक्टर a असणे आवश्यक आहे. व्हेक्टर b ला लंब आहे म्हणून जर बिंदू गुणाकार ० असेल तर दोन व्हेक्टर लंब असले पाहिजेत जर त्यांपैकी एक 0 नसेल आणि काहीवेळा हे 2 व्हेक्टर परस्पर लंब आहेत हे सिद्ध करण्यासाठी देखील वापरले जाते जर तुम्हाला हे सिद्ध करायचे असेल तर तुम्ही घ्या बिंदू उत्पादन आणि जर तुम्हाला डॉट उत्पादन ० असे मिळाले तर तुम्ही दाखवू शकता की a लंब आहे b आणि आम्ही कधीकधी एक विशेष संज्ञा देखील वापरतो आम्ही म्हणतो की वेक्टर a लंब म्हणण्याऐवजी b ला ऑर्थोगोनल आहे म्हणून ही एक संज्ञा आहे जी आम्ही वापरलेले आता तिसरी गोष्ट जर आपण दोन युनिट व्हेक्टर्सचे स्केलर गुणाकार पाहतो त्यांच्यामधील कोनाचा कोसाइन असेल तर मग आपण आधीपासून कम्युटेटिव्ह प्रॉपर्टी पाहिली आहे की ah डॉट उत्पादने कम्युटेटिव्ह आहेत मग आपल्याकडे आणखी एक गुणधर्म आहे जी वितरणात्मक गुणधर्म आहे ज्याबद्दल आम्ही सांगितले जर आपण b अधिक c सह ठिपके पाहिले तर हे b plus vector a doted सह c सह व्हेक्टर सारखे असेल आता हे डॉट उत्पादन युनिट वेक्टरच्या दृष्टीने कसे दिसते ते पाहूया एकक येथे कार्टेशियन अक्षाच्या बाजूने व्हेक्टर ijk म्हणून जेव्हा आपण हे पाहतो तेव्हा स्पष्टपणे मी पाहिले तर i बरोबर i डॉट केलेले हे 1 असेल त्याचप्रमाणे j सह j डॉट केलेले 1 असेल

आणि k सह k डॉट केलेले देखील 1 असेल पण मी पाहिले तर j सह i डॉट केलेले हे i आणि j मधील कोनाच्या कोसाइन सारखे असेल
त्यामुळे हे 0 असेल i k सह ठिपके 0 असेल आणि j सह ठिपके k सह 0 असेल.
त्यामुळे आता हे विस्तृत करण्यासाठी आणि लिहिण्यासाठी वापरले जाऊ शकते डॉट उत्पादन सामान्य पद्धतीने म्हणून उदाहरणार्थ जर आपण एच ave a vector a is equal to   हे लिहूया जर आपल्याकडे व्हेक्टर a is equal to axi plus ayj plus azk आणि vector b is equal to bxi plus byj plus bzk असेल तर जर आपल्याला डॉट उत्पादन लिहायचे असेल तर b सह डॉट केलेले ते लिहू आणि म्हणून आम्ही वितरण कायदा वापरून त्यांचा विस्तार करू
त्यामुळे हे axi plus ayj plus azk बरोबर bxi plus byj plus bzk डॉट केलेले असेल आणि म्हणून आता आम्ही या प्रत्येक संज्ञा पुन्हा विस्तृत करू i dot i plus तुम्हाला axbyi dot j plus axbzi dot k मिळेल आणि मग आपण हे वाढवू शकतो आता या 9 संज्ञांमध्ये एकूण 9 संज्ञा असतील जे आपण पाहणार आहोत i dot j हे 0 असेल त्याचप्रमाणे i dot k होईल ही दुसरी टर्म 0 असेल कदाचित मला हे पूर्णपणे विस्तृत करू द्या हे मला bx वेळा j डॉट i अधिक aybyj डॉट j अधिक aybz वेळा j सह k सह डॉटेड आणि नंतर अधिक azbxk डॉटेड i अधिक azbyk सह j अधिक azbzk डॉटेड देईल k आणि आमच्या या गोष्टी पुढे चालू ठेवून j डॉट केलेले आहेत i   k डॉट i असेल 0 k डॉट j असेल 0 j डॉट k असेल 0 आणि यापैकी प्रत्येक i डॉट ij डॉट j आणि k डॉट k 1 असेल
त्यामुळे शेवटी आपल्याला बिंदू b बरोबर मिळतो. घटक axbx plus ayby plus azbz
त्यामुळे आता आपण कोसाइनचा त्रिकोण नियम पाहिल्यास आपण हे कसे कार्य करू शकतो
त्यामुळे आपण हे डॉट उत्पादन वापरून सहज दाखवू शकतो जर आपल्याकडे वेक्टर असेल तर येथे व्हेक्टर b असेल तर त्यांच्यामधील कोन थीटा असेल तर मी आता याला प्लॉट करतो हा सदिश दुसरे काही नाही सदिश a उणे b आणि आपण त्याला c म्हणू या कारण जेव्हा मी या सदिशात b जोडतो तेव्हा मला त्रिकोणाची तिसरी बाजू मिळते जी मला एक देते
त्यामुळे हा सदिश मी c म्हणून संबोधले आहे. तिसरा वेक्टर हा उणे b आहे म्हणून स्पष्टपणे आपण वेक्टर c हे सदिश a उणे b च्या बरोबरीने लिहू शकतो आणि जर मी ते परिमाणात लिहिले तर c चे परिमाण हे उणे b च्या परिमाणाच्या बरोबरीचे असेल तर आता आपण काय करूया. ही पहिली अभिव्यक्ती घेऊ या दोन्ही बाजूंनी c चा बिंदू गुणाकार घेऊ किंवा म्हणून c चा डॉट गुणांक c is e सह लिहू. qual   a वजा b बरोबर पुन्हा c सह बिंदू जो a उणे b च्या बरोबरीचा आहे म्हणून आपण ते या फॉर्ममध्ये लिहू आणि आपल्याकडे जे आहे ते आहे म्हणून जर आपण हे विस्तृत केले तर आपल्याला c सह ठिपके असलेले c   बरोबर एक अधिक b सह ठिपके आहेत b सह ठिपके असलेले b उणे दोन वेळा व्हेक्टर a डॉट केलेले b सह डॉट केलेले जेथे आपण कम्युटेटिव्ह आणि डिस्ट्रिब्युटिव्ह गुणधर्म वापरले आहेत म्हणून आता आपण c सह बिंदूने लिहिल्यास हे c स्क्वेअरचे परिमाण हे चौरस अधिक परिमाण बरोबर आहे असे लिहिले जाऊ शकते   b चौरस वजा दोन पट परिमाण a   आणि b मधील कोसाईन च्या b गुणिले कोसाइन जे थीटा आहे आणि परिमाण ही बाजूच्या या लांबींशिवाय दुसरे काहीही नसतात म्हणून आपल्याला c वर्ग एक चौरस अधिक b वर्ग वजा दोन ab च्या बरोबरीचा मिळतो कोसाइन थीटा जो त्रिकोणासाठी कोसाइन नियम आहे आणि आपल्याला हे देखील समजले आहे की ah मधला कोनाचा कोसाइन दोन सदिश असल्यास आणि जर त्यांनी एक कोन थीटा बनवला तर a आणि b या व्हेक्टरमधील कोनाचा कोसाइन असे देखील लिहिता येईल. b divi सह ठिपके असलेला b च्या गुणाकाराच्या परिमाणाने ठरवले जाते, म्हणून जर आपल्याला दोन सदिशांमधील कोन शोधायचा असेल तर आपण दोन सदिशांचे बिंदू गुण घेऊ शकतो आणि यांच्या परिमाणाने भागले की आपल्याला मधील कोनाचा कोसाइन मिळेल व्हेक्टर आम्ही डॉट उत्पादनाचा वापर अनेक परिस्थितींमध्ये करतो आणि   जेव्हा आपण यांत्रिकीबद्दल बोलतो तेव्हा डॉट उत्पादनापैकी एक परिमाण असेल जेव्हा आपण एखाद्या बिंदूवर कार्य करत असलेल्या शक्तीमुळे किंवा शक्तीने केलेल्या कार्याबद्दल बोलतो. आपण या परिमाणांबद्दल बोलतो जे पॉवरमध्ये कार्य करतात हे आपण पाहणार आहोत की हे प्रमाण   दोन वेक्टरचे डॉट गुणाशिवाय आहेत उदाहरणार्थ केलेले कार्य बल म्हणून परिभाषित केले जाईल आणि बल लागू केले जात असलेल्या बिंदूच्या विस्थापनासह बलाचे बिंदू गुणाकार.   आणि त्याचप्रमाणे शक्तीची व्याख्या बलाचे बिंदू गुणाकार म्हणून केली जाईल आणि ज्या बिंदूवर बल लागू केला जात आहे त्या बिंदूचा वेग अशा प्रकारे आपण डॉट उत्पादने आणि डॉट उत्पादनांचा समावेश असलेल्या इतर प्रमाणांचा वापर करू. आता कोर्समध्ये येईल समजा आपल्याकडे एक वेक्टर a आहे जो axi अधिक ayj   plus azk ने दिलेला आहे आणि आपल्याला एकक व्हेक्टर शोधायचा आहे जो आपण e sub a म्हणून दर्शवतो आणि आता आपल्याला माहित असलेला एकक वेक्टर दिला जाईल. एक वेक्टर द्वारे जो दिशा a सोबत 1 परिमाण आहे म्हणून हे एकक सदिश e sub a   वेक्टर a च्या परिमाणाने भागिले वेक्टर a च्या बरोबरीचे असेल आणि व्हेक्टर a चे परिमाण शोधण्यासाठी आपण काय करणार आहोत ते आपण पाहिले आहे. a चा डॉट गुणाकार स्वतः सोबत घ्या म्हणजे आपल्याला एका चौरसाचे परिमाण मिळेल आणि बरोबरच बिंदूचे गुणाकार आपल्याला ax चौरस अधिक ay   स्क्वेअर अधिक az स्क्वेअर देईल म्हणून आपण सहज म्हणू शकतो की a चे परिमाण x चे वर्गमूळ असेल स्क्वेअर अधिक ay स्क्वेअर अधिक az स्क्वेअर म्हणून a बाजूने एकक व्हेक्टर हे axi   अधिक ayj अधिक azk च्या बरोबरीचे असेल आणि हे a च्या परिमाणाने भागले जाईल म्हणून आपण याला ax स्क्वेअर अधिक ay स्क्वेअर अधिक az स्क्वेअरच्या वर्गमूळाने भागतो म्हणून अशा प्रकारे कोणीही वेक्टर देऊ शकतो समजा आपल्याला एक सदिश a दिलेला आहे आणि आपल्याला eb च्या दिशेने एक घटक शोधायचा आहे म्हणजे काही दिशा दिली आहे जेथे eb हा त्या दिशेने एकक वेक्टर आहे किंवा आपण असे म्हणू शकतो की आपल्याला व्हेक्टर शोधायचा आहे. a च्या बाजूने b चा घटक म्हणून मग हा घटक सदिश द्वारे दिलेला आहे a eb सह डॉट केलेले हे आम्हाला a सोबत b चे घटक देखील देते अनेक समस्यांमध्ये तुम्हाला eb चा लंब असलेला घटक शोधण्याची आवश्यकता असू शकते म्हणून आम्हाला देखील आवश्यक असू शकते eb ला लंबाचा घटक शोधा म्हणून त्या बाबतीत आपण काय करू प्रथम आपण e b सह व्हेक्टर एक ठिपका घेणार आहोत हे आपल्याला eb चे घटक देईल आता हा एक स्केलर आहे म्हणून आपण काय करतो आपण बरोबर ठिपके असलेला व्हेक्टर घेऊ. eb   व्हेक्टर eb सोबत याला आपण eb चे सदिश घटक म्हणून संबोधू शकतो आणि आता जर आपल्याला eb ला लंब असलेला घटक शोधायचा असेल तर व्हेक्टर a   वजा a ठिपके असलेला eb गुणाकार सदिश eb हे

आपल्याला देईल a चा घटक जो प्रति आहे eb ला लंबक आहे
त्यामुळे काही समस्यांमध्ये हे आवश्यक असू शकते परंतु एक गोष्ट आपल्याला लक्षात घेणे आवश्यक आहे की जर आपण एखाद्या विशिष्ट दिशेने वेक्टरच्या घटकांबद्दल बोललो तर हे आपण मिळवू शकतो हे घेऊन आपण व्हेक्टरचे बिंदू गुणफल युनिट व्हेक्टरसह मिळवू शकतो. त्या दिशेने आता जर मी त्याच व्हेक्टरचा घटक दुसऱ्या दिशेने नेला तर मी या व्हेक्टरचे डॉट गुण घेऊन दुसऱ्या दिशेसह युनिट व्हेक्टरसह हे करू शकतो. आता या दोन घटकांची बेरीज समान होईल मूळ सदिश फक्त जर घटक दिशा लंब असतील तर ते लंब नसतील तर आपल्याला मूळ सदिश पुन्हा मिळणार नाही जे प्रत्यक्षात मूळ सदिशाच्या 0 आणि 2 पट दरम्यान असेल
त्यामुळे दोन घटकांची बेरीज समान असेल मूळ वेक्टरमध्ये फक्त तेव्हाच घडेल जेव्हा घटक एकमेकांना परस्पर लंब असतात आता पहिल्या प्रकारचे उत्पादन पाहिल्यानंतर आपण दुसरे उत्पादन पाहू या दुस-या प्रकारचे उत्पादन ज्याला दोन सदिशांचे सदिश उत्पादन म्हटले जाते आता या उत्पादनास क्रॉस उत्पादन देखील म्हटले जाते कारण आपण स्केलर उत्पादनामध्ये पाहिले आहे की दोन सदिशांचे उत्पादन हे स्केलर होते. या प्रकरणात दोन सदिशांचे सदिश गुणाकार एक सदिश आहे. प्रमाण हे स्केलर नाही आणि आगाऊ अभ्यासक्रमांमध्ये तुम्हाला हे देखील दिसेल की हा एक ऐवजी मर्यादित अर्थाने एक सदिश आहे परंतु आमच्या उद्देशांसाठी आम्ही ते असे घेऊ की दोन सदिशांचे सदिश गुणाकार एक सदिश आहे आता आम्ही कसे लिहू हे समजा माझ्याकडे दोन व्हेक्टर a आणि b आहेत जसे आपल्याकडे समान सदिश a आणि b व्हेक्टर होते म्हणून आपण एक उत्पादन परिभाषित करतो जे आपण आता x चिन्ह वापरतो किंवा क्रॉस b क्रॉस करतो ज्याला आपण वेक्टर म्हणून परिभाषित करतो. ज्याला आपण प्रथम त्याची दिशा देतो या सदिशाची दिशा सामान्य असते ज्यात सदिश a आणि b सदिश असते याचा अर्थ त्याचा वरचा a आणि b दोन व्हेक्टर नेहमी विमान बनवतात एक क्रॉस b हा सदिश आहे जो आता या विमानाला लंब आहे प्रथम द्या मी e परिमाण बद्दल बोला कारण या सामान्यला स्वतःच दोन दिशा असू शकतात आणि त्या दिशा एका क्षणात स्पष्ट केल्या जातील म्हणून क्रॉस b चे परिमाण हे a मधील कोनाच्या b गुणा sine च्या टाइम मॅग्निट्युडच्या बरोबरीचे असेल आणि b म्हणून जर आपण a आणि b मधला कोन थीटा म्हणून संबोधले तर क्रॉस b चे परिमाण b वेळा साइन थीटाच्या गुणाकाराच्या परिमाणाच्या बरोबरीचे असेल आणि मी याला व्हेक्टर c म्हणून संबोधतो
त्यामुळे आता आपण काय करू शकतो म्हणे की व्हेक्टर c हे एकक वेक्टर म्हणून लिहिले जाऊ शकते c वेळा परिमाण b गुणिले sin theta च्या गुणाकाराच्या परिमाणात c ची दिशा कोणती आहे हे आपल्याला अद्याप स्पष्ट करायचे आहे जे आपल्याला ec देईल
त्यामुळे c ची दिशा द्वारे निर्धारित केली जाईल उजव्या हाताचा थ्रेड नियम आणि हा एक निश्चित नियम आहे जो आपण वापरतो म्हणून आपण काय करतो आपल्याकडे वेक्टर a आहे आपल्याकडे सदिश b आहे तर आपण व्हेक्टर a ला b कडे त्यांच्यामधील सर्वात लहान कोनातून काय फिरवतो ते आपण पुन्हा एकदा पाहू a आणि मधील कोनापेक्षा लहान b इतर कोन हा नेहमीच प्रतिक्षिप्त कोन असतो म्हणून आपण a आणि b मधील सर्वात लहान लहान कोनातून पाहतो आपण आता b कडे a फिरवतो ज्यांनी स्क्रू पाहिला असेल जेव्हा आपण स्क्रू फिरवतो तेव्हा स्क्रू अक्षीय दिशेने फिरतो म्हणून जर मी a b कडे हलवा आणि स्क्रूला उजव्या हाताचा धागा आहे मग स्क्रू ज्या दिशेला जाईल ती दिशा आपल्याला क्रॉस b ची दिशा देईल म्हणून आपण a b कडे फिरवतो आणि उजव्या हाताचा स्क्रू ज्या दिशेने फिरतो जे क्रॉस b किंवा c ची दिशा देते आता आणखी एक मार्ग आहे ज्याद्वारे आपण याकडे पाहू शकतो आणि तो म्हणजे ज्याला आपण उजव्या हाताच्या अंगठ्याचा नियम म्हणतो आणि जो प्रत्येकासाठी पाहणे सोपे आहे
त्यामुळे आपण काय करतो दोन वेक्टर हे वेक्टर आहे आणि हे वेक्टर आहे आम्ही दोन वेक्टर शेपटीने बदलतो आणि आता लक्षात येते की जेव्हा आपण हे करत असतो तेव्हा आपल्याला हा व्यायाम उजव्या हाताने पार पाडावा लागतो म्हणून जर तुमच्यापैकी बहुतेक लोक हे करत असतील तर तुम्ही योग्य असाल तर -जेव्हा तुम्ही करत असाल तेव्हा हाताने पेन टाका g हा व्यायाम तुम्ही तुमचे पेन धरत असाल तर बहुधा तुम्ही तुमच्या डाव्या हाताने करत असाल ज्यामुळे तुम्हाला चुकीचे परिणाम मिळतील म्हणून हा व्यायाम तुमच्या उजव्या हाताने करावा लागेल तुम्ही उजवा हात घ्या आणि तुम्ही जे कराल ते तुम्ही करा. तुमच्या उजव्या हाताची बोटे जेव्हा a लहान कोनातून b कडे फिरतील तेव्हा दिशेला वळतात,
त्यामुळे या प्रकरणात a आणि b अशा प्रकारे आपण उजवा हात a वरून b कडे फिरवतो आणि अंगठ्याची दिशा मला देते. क्रॉस b ची दिशा येथे आहे ah म्हणून आम्ही दोन वेक्टर शेपट्यांसह एकत्र ठेवतो आणि उजव्या हाताची बोटे a ते b कडे वळवतो आणि जेव्हा आपण असे करतो की अंगठ्याची दिशा क्रॉस b कडे निर्देशित करते तेव्हा आता तुमच्या लक्षात येईल जर मी क्रॉस b करत आहे याचा अर्थ मी a वरून b कडे वळत आहे याचा अर्थ माझा अंगठा आतील बाजूस किंवा खालच्या दिशेला आहे जसे तुम्ही आता पहाल की मी b a क्रॉस केले तर मी माझी बोटे b कडे ठेवली तर ती आता तुमच्या लक्षात येईल अंगठा वर दिशेला आहे
त्यामुळे b a आणि a क्रॉस b ते विरुद्ध दिशेकडे निर्देश करतात a क्रॉस b विरुद्ध दिशेने b a क्रॉस करण्यासाठी बिंदू करतात याचा अर्थ आम्ही स्पष्टपणे म्हणू शकतो की क्रॉस b हे b क्रॉस a च्या वजाएवढे आहे आणि हे आम्हाला हे देखील सांगते की हे उत्पादन बिंदू उत्पादन कम्युटेटिव्ह नाही पण ही दुसरी गोष्ट नाही जी आपण या उत्पादनाबद्दल पाहतो ती अशी आहे की जर आपण क्रॉस b अधिक c कडे पाहिले तर वितरण वितरण गुणधर्म अजूनही कार्य करतो हे क्रॉस b अधिक a क्रॉस c सारखे आहे मग जर आपण क्रॉस a पाहिला तर हे a आणि a मधील कोनाच्या sine च्या गुणाकाराच्या परिमाणाच्या गुणाकाराच्या परिमाणाच्या बरोबरीचे असेल कारण a आणि a या कोनाचे समान वेक्टर साइन आहेत a आणि a मधील कोन शून्य असेल म्हणून एक क्रॉस a नेहमी शून्य असेल फक्त इतकेच नाही की जर आपल्याकडे दोन समांतर सदिश a आणि b असतील तर सुद्धा जर हा एक सदिश a असेल आणि दुसरा सदिश b असेल जो a ला समांतर असेल तर देखील तुम्हाला दिसेल. या प्रकरणात एक क्रॉस b z च्या समान असेल इरो कारण या दोन सदिशांमधील कोन आता शून्य आहे कार्टेशियन अक्ष जो आपण काढत आहोत जे मी तुम्हाला दाखवले आहे जे आम्ही मागील व्याख्यानात वापरले होते जर आपण याविषयी x अक्ष म्हणून बोललो तर हा y अक्ष आहे z अक्ष नंतर तुमच्या लक्षात येईल की ते नेहमी उजव्या हाताने असतात या स्वरूपात जर आपण पाहतो की आपण x वरून y कडे फिरतो तर तिसरा अक्ष z अक्ष अंगठ्याच्या दिशेने निर्देशित करेल म्हणून आपण काढतो तेव्हा कार्टेशियन अक्ष हे आपण काढतो त्यांना 3d मध्ये आम्ही नेहमी त्यांना उजव्या हाताने काढतो असे म्हणतो आणि त्याचा परिणाम म्हणून तुम्हाला दिसेल की आता जर आपण युनिट व्हेक्टर ijk लिहितो तर स्पष्टपणे i क्रॉस

j क्रॉस j आणि k क्रॉस k हे सर्व शून्य होतील परंतु जर आपण क्रॉस दिशेच्या दरम्यानची उत्पादने पहा म्हणजे आपण i क्रॉस j कडे पाहतो तर हे k च्या बरोबरीचे होईल आणि नंतर मी j क्रॉस k कडे पाहिले आणि त्यासाठी i पाहण्यासाठी मी x वरून yi कडे पाहिले तर हे दाखवण्यासाठी जर मी y दिशेपासून z दिरकडे गेलो तर z च्या दिशेकडे निर्देश करा जर मी माझी बोटे कर्ल केली तर मी वर दिशेला दाखवत आहे जी x ची दिशा आहे आणि जर मी z वरून xi कडे गेलो तर मी अधिक y च्या दिशेने निर्देशित करतो म्हणून आपल्याकडे j क्रॉस k आहे i बरोबर आणि k क्रॉस i बरोबर j आहे आणि जर तुम्ही या गोष्टींचे निरीक्षण केले तर ही गोष्ट चक्रीय बनते की जर आपण ijk एका क्रमाने लावला तर i cross j बरोबर k j क्रॉस k बरोबर i आणि k क्रॉस i बरोबर j म्हणजे आपण फॉलो केल्यास या ij चे अनुसरण करू. k चक्रीय क्रमाने आपल्याला तिसरी गोष्ट मिळेल ही सकारात्मक असेल पण जर आपण चक्रीय न गेलो तर आपण दिशा उलटी करत आहोत आणि स्पष्टपणे i क्रॉस j चे वजा वजा k आणि वजा i क्रॉस j देखील j क्रॉस i च्या बरोबरीचे आहे. म्हणून आमच्याकडे j क्रॉस i समान आहे वजा ki क्रॉस k समान आहे वजा j बरोबर आणि k क्रॉस j समान आहे वजा i म्हणून जेव्हा आपण हे करतो याचा अर्थ असा होतो की आपण अँटीसायक्लिक करत आहोत म्हणून हे त्यांना लक्षात ठेवण्याचा एक मार्ग आहे आपण ते करू शकता याप्रमाणे बाहेर म्हणजे आपण पाहू या की हा चक्रीय क्रम सकारात्मक आणि प्रतिचक्रीय आहे म्हणजे आपण विरुद्ध दिशेने जातो एनएसई अँटीसायक्लिक ऑर्डर ऋणात्मक आहे म्हणून आता आपण पाहू या की आपल्याकडे दोन व्हेक्टर a आणि b आहेत जे कार्टेशियन निर्देशांकांच्या संदर्भात व्यक्त केले जातात तर आपण पूर्ण विस्तार आणि या सदिशांचे क्रॉस उत्पादन शोधण्यासाठी विकसित केलेले नियम वापरू शकतो जेणेकरून आपण लिहू शकतो. a क्रॉस b ax म्हणून i plus ayj plus azk हे bxi plus byj plus bzk ने क्रॉस केले आणि हे नंतर विस्तृत होऊ शकते म्हणून हे aybz वजा azbyi अधिक azbx वजा axbz गुणा j अधिक axby वजा aybx गुणा k आणि हे नियमांचे पालन करतात i क्रॉस i आहे 0 i क्रॉस j आहे k इत्यादि जे आम्ही आता पाहिले आहे हे पाहण्याचा दुसरा मार्ग म्हणजे निर्धारकाच्या संकल्पनेद्वारे जी जर तुम्ही तुमच्या गणिताच्या अभ्यासक्रमात पाहिली असेल तर जर आम्ही x तर निर्धारक म्हणून क्रॉस b लिहू शकतो ijkaxayaz चे हे क्रॉस उत्पादनापैकी पहिले आहे दुसरा जो आम्ही तिसरी पंक्ती म्हणून लिहितो bxbybz आणि जर तुम्हाला पहिल्या पदाचा निर्धारक कसा विस्तारित करायचा हे माहित असेल तर मला दाखवू द्या ते i times aybz असेल वजा वेळाने az इ. मग आता हे स्पष्ट केले जाऊ शकते आपण क्रॉस उत्पादनाचे काही ऍप्लिकेशन्स पाहू या जर आपण क्रॉस b चे परिमाण बघितले तर आपल्याकडे दोन व्हेक्टर a आणि b आहेत आणि आपण समांतरभुज चौकोन पाहिल्यास जे क्रॉस b ने बनते मग क्रॉस b चे परिमाण हे a आणि b मधील कोनाच्या b गुणिले साइनच्या गुणाकाराच्या परिमाणाने दिले जाते आता हे स्पष्टपणे दिसेल जर तुम्ही या समांतरभुज चौकोनाकडे पाहिले तर हे देखील समान आहे या समांतरभुज चौकोनाचे क्षेत्रफळ एक क्रॉस b चे परिमाण आपल्याला mag देते समांतरभुज चौकोनाचे क्षेत्रफळ a आणि b च्या सदिशांनी बनवले आहे म्हणून हे परिमाण आहे a आणि b बाजूंच्या समांतरभुज चौकोनाच्या क्षेत्रफळाइतकेच आहे त्याचप्रमाणे आपल्याकडे समांतर आहे पाईपेट ज्याच्या बाजू ab आणि c आहेत याचा अर्थ जर आपण हे a हे b आहे हे c आहे म्हणजे आपण हा समांतरभुज चौकोन पूर्ण करतो आणि c ने हे पूर्ण करतो आपण ही आकृती पाहतो जी बाजू ab आणि c सह ah समांतर विंदुक आहे तर मग समांतरची मात्रा पिपेट हे असे दिले जाते जसे आपण याला v म्हणतो तर v हे c सह ठिपके असलेल्या क्रॉस b च्या बरोबरीचे असते आणि या समांतर पाइपेटच्या तीन बाजू असल्यामुळे जर आपण चक्रीय क्रमाने फिरलो तर आपल्याला समान गोष्ट मिळेल म्हणून हे देखील आहे क्रॉस b डॉट c च्या बरोबरी म्हणजे हे a सह b क्रॉस c डॉट केलेले असेल आणि हे b सह c क्रॉस a डॉटेड च्या बरोबरीचे असेल म्हणून आम्ही समांतरचे व्हॉल्यूम शोधण्यासाठी डॉट उत्पादन आणि cos उत्पादन क्रॉस उत्पादन वापरू शकतो पिपेट मग यांत्रिकीमध्ये आपल्याला टॉर्क किंवा बिंदूबद्दल बलाची हालचाल ही संकल्पना आढळून येईल, म्हणून समजा आपल्याकडे बिंदू o आहे आणि बल f क्रिया करत आहे, म्हणून आपण o वरून वेक्टर काढल्यास आपण काय करू o ते बल f च्या क्रियेच्या रेषेपर्यंत आणि मी या वेक्टरला r म्हणून संबोधू या नंतर आपण f बलाचा क्षण o बद्दल परिभाषित करतो हे r आणि f चे क्रॉस गुणाकार म्हणून परिभाषित केले जाते कधीकधी आपण त्याला टॉर्क देखील म्हणतो म्हणून शक्तीचा क्षण आपल्याला टॉर्क देईल आणि क्रॉस उत्पादन तिथे वापरले जाईल मग आपण जर आपण पॉइंट चार्टबद्दल बोलतो तेव्हा क्रॉस उत्पादनाचा वापर देखील आढळतो जेव्हा आपण चुंबकीय क्षेत्र b मध्ये वेग bv सह फिरत असलेल्या पॉइंट चार्जबद्दल बोलतो तेव्हा या चार्जवरील बल v क्रॉस b च्या दिशेने असतो म्हणून हे पुन्हा दाखवण्यासाठी आपण क्रॉस प्रॉडक्ट वापरतो आणि जर आपल्याला दाखवायचे असेल तर दोन सदिश एकमेकांना समांतर आहेत हे दाखवायचे असेल तर क्रॉस प्रॉडक्ट शून्याच्या बरोबरीने दाखवले तर दोन व्हेक्टर घेऊ. आता एकमेकाला समांतर असेल यापैकी काही वेक्टर ऑपरेशन्सचा समावेश असलेले एक छोटेसे उदाहरण घेऊ, तर समजा आपल्याला एक वेक्टर b xi अधिक तीन j च्या बरोबरीचा आहे आणि एक वेक्टर c दोन i अधिक yj च्या बरोबरीचा आहे आता आपल्याला शोधायचे आहे. x आणि y जसे की b आणि c सदिश d ला लंब आहेत जे phi phi अधिक सहा j च्या बरोबरीचे आहेत आणि दुसरा भाग दाखवतो की x आणि y व्हेक्टर b ची ही मूल्ये c च्या समांतर आहेत म्हणून पहिल्या भागासाठी काय आम्हाला हे करायचे आहे की आम्हाला व्हेक्टर d दिलेला आहे आणि आम्हाला व्हेक्टो दिला आहे r b जिथे एक अज्ञात आहे तेथे आपल्याला x आणि y शोधायचे आहे की b हा d ला लंब आहे म्हणून भाग एक सदिश b हा d ला लंब आहे याचा अर्थ आता d आहे जर तुम्हाला आठवत असेल तर 5 phi plus 6 j आणि व्हेक्टर b xi आहे अधिक तीन j म्हणून b हा d ला लंब असल्यामुळे b बिंदू d हे शून्य आहे म्हणून हे आपल्याला देईल पाच x अधिक अठरा बरोबर शून्य आहे म्हणून x समान असेल वजा अठरा भागिले पाच आणि त्याचप्रमाणे आपल्याकडे c सह बिंदू आहे d शून्य असणे आवश्यक आहे कारण c हा d ला लंब आहे आणि c हा 2 i अधिक yj म्हणून दिला होता

त्यामुळे c डॉट d आपल्याला c डॉट d देईल तेव्हा ते मला 2 i अधिक 5 phi देईल जेणेकरून आपल्याला 10 देईल आणि केव्हा आपण y अधिक 6 घेतो

त्यामुळे 10 अधिक 6 y 0 च्या बरोबरीचे आहे म्हणजे y समान आहे उणे 10 बाय 6 किंवा हे उणे 5 बाय तीन इतके आहे तर आता आपल्याकडे काय आहे जर आपण या मूल्यांसाठी सदिश b समान असेल तर उणे अठरा बाय पाच phi अधिक तीन j आणि सदिश c समान आहे दोन i उणे पाच बाय तीन j आता हे दाखवण्यासाठी b आणि c समांतर आहेत म्हणून भाग b साठी b

दाखवण्यासाठी c च्या समांतर आहे आपण ते क्रॉस प्रोडक्ट नीट घेतो ते करण्याचे अनेक मार्ग आहेत एक मार्ग म्हणजे क्रॉस प्रोडक्ट घेणे तर आपण प्रथम ते पाहूया म्हणजे आपण b क्रॉस c घेऊ म्हणजे ते या निर्धारक ijk वजा अठरासारखे असेल पाच ने तीन शून्य दोन वजा पाच गुणिले तीन शून्य आणि हे आपल्याला k गुणिले उणे अठरा ने पाच गुणिले वजा पाच ने तीन वजा तीन दोन ने गुणले तर हे आपल्याला मुळात शून्य k च्या बरोबरी देईल

त्यामुळे हे शून्य b आणि c आहे समांतर आहेत हे करण्याचा आणखी एक मार्ग म्हणजे आपण b च्या बाजूने एकक वेक्टर लिहू शकतो आपण c च्या बाजूने एकक वेक्टर लिहू शकतो आणि जर ते समांतर किंवा समांतर असतील तर आपल्याला समान गोष्ट मिळेल जेणेकरून आपण b ला फक्त b च्या परिमाणाने भागू शकतो. आणि c च्या परिमाणाने c आणि जर आपल्याला समान एकक सदिश किंवा एकमेकांचे ऋण मिळाले तर आपण b हे c ला समांतर आहे हे देखील दाखवू शकतो

त्यामुळे आता दुसरा मार्ग आहे म्हणून समजा आपण दिलेले आहे पुन्हा एक लहान उदाहरण घेऊ. समजा आम्हाला av दिले आहे ector a   जो phi phi अधिक 10 j च्या बरोबरीचा आहे तो आता b सह व्हेक्टरचा घटक शोधा जेथे b हे तीन i अधिक चार j च्या बरोबरीचे आहे आणि दुसरा भाग जो आपण म्हणतो तो b   सदिशाच्या लंबाचा घटक शोधा. आपल्याला a च्या बाजूने b चा घटक शोधावा लागेल म्हणून भाग a प्रथम शोधण्यासाठी मी फक्त हे स्पष्ट करेन प्रथम eb शोधा आणि नंतर आपण eb सह ठिपके असलेला व्हेक्टर घेऊ आणि जसे आपण आधी स्पष्ट केले आहे तेव्हा ah हा a सोबत b आणि to चा घटक असेल दुसरा भाग शोधा आपण काय करू ते म्हणजे आपण eb सह एक वजा a डॉटेड व्हेक्टर घेऊ आणि एकक व्हेक्टर b सोबत हा b च्या लंबाचा घटक असेल तर अशा प्रकारे कोणीही हे कसे ठरवू शकतो या सोप्या संख्या आहेत आणि आपण ही उत्तरे शोधून काढू शकता. आह आणि आणखी एक गोष्ट जर तुम्हाला दोन व्हेक्टर्सची उत्तरे तपासायची असतील तर तुम्ही त्या व्हेक्टरचे डॉट उत्पादन घेतल्यास तुम्हाला ते 0 मिळायला हवे कारण ते परस्पर लंब आहेत.

त्यामुळे आम्हाला थोडासा त्रास झाला आहे. किनेमॅटिक्स मधून वळणावळणाचे कारण आम्ही एस पुढील वर्गात व्हेक्टरकडे पाहत असताना आपण प्लॅनर मोशन पाहू, आपण विमानातील गती पाहू आणि वेग आणि प्रवेग यासाठी आपण अभिव्यक्ती मिळवू आणि मग आपण स्थिर प्रवेग आणि ज्याला आपण प्रक्षेपण गती म्हणतो ते पाहू. तुमच्याकडे गुरुत्वाकर्षणाच्या कृती अंतर्गत एक शरीर आहे