আমরা শেষ ক্লাসে ভেক্টর ক্রিয়াকলাপ নিয়ে আমাদের আলোচনা চালিয়ে যাব আমরা দেখেছিলাম কীভাবে একটি ভেক্টর তার কার্টেসিয়ান উপাদানগুলির সাথে সমাধান করা যেতে পারে এবং আমরা ইউনিট ভেক্টরের প্রতীক হিসাবে ij এবং k ব্যবহার করেছি যেখানে আমি x অক্ষ j বরাবর একটি ইউনিট ভেক্টর ছিলাম।

y অক্ষ বরাবর একক ভেক্টর এবং k হল z অক্ষ বরাবর একটি একক ভেক্টর এবং আমরা যা দেখিয়েছি তা হল কিভাবে একটি ভেক্টর a কে অক্ষ এবং ayj প্লাস azk হিসাবে লেখা যায় একইভাবে যদি আমাদের একটি দ্বিতীয় ভেক্টর b থাকে তবে ভেক্টর bও বরাবর সমাধান করা যেতে পারে এই উপাদানগুলি যাতে ভেক্টর b কে bxi plus byj plus bzk হিসাবে লেখা যেতে পারে কার্টেসিয়ান অক্ষের দিক বরাবর ভেক্টরগুলিকে সমাধান করার একটি সুবিধা হল যে একবার আমরা এই দিকগুলির সাথে ভেক্টরকে সমাধান করি তখন ভেক্টরের সংযোজন খুব সহজে করা যেতে পারে যদি আমরা ভেক্টরগুলি প্রকাশ করি।

a এবং b এভাবে এবং আমরা তাদের যোগফল খুঁজে বের করতে চাই
তাই যদি আমরা একটি যোগ b বের করতে চাই তাহলে যদি সহজে করা যায় তাহলে সরাসরি যোগ bx বার i প্লাস ay যোগ করে বার j প্লাস az প্লাস bz বার k এবং সহজ যদি আমরা যোগ আপ করতে হবে e ভেক্টর একটি স্কেলার দ্বারা গুণিত হয় বা একটি স্কেলার দ্বারা কিছু বিয়োগ করা হয় তাহলে আমরা একইভাবে অনুসরণ করতে পারি
তাই উদাহরণস্বরূপ 2 বার বিয়োগ তিন গুণ b যদি আমাদের এই যোগফলটি খুঁজে বের করতে হয় তাহলে এটি দুই গুণ ax i প্লাস ayj প্লাস azk বিয়োগ তিনের সমান হবে টাইমস bxi প্লাস byj প্লাস bzk
তাই এটি হবে দুই কুক্ষ বিয়োগ 3 bx গুণ i প্লাস 2 ay বিয়োগ 3 দ্বারা গুণ j প্লাস 2 az বিয়োগ তিন bz গুণ k
সুতরাং আহ
তাই কার্টেসিয়ান অক্ষ বরাবর উপাদানগুলির সাথে একটি ভেক্টর সমাধান করা আমাদের সাহায্য করতে পারে পরবর্তী কিছু ক্রিয়াকলাপকে সরল করার জন্য আমরা ভেক্টরের পণ্যগুলিও দেখব আমরা ভেক্টরের যোগ দেখেছি আমরা ভেক্টরের বিয়োগ দেখেছি এবং আমরা এটাও দেখেছি যখন একটি স্কেলারকে একটি ভেক্টরের সাথে গুণ করা হয় তখন আমরা কীভাবে পরবর্তীতে মোকাবেলা করব।

আমরা এখন ভেক্টরের পণ্যের কথা বলি এখানে আমরা যা দেখি তা হল দুটি ভেক্টরের যোগফল একটি ভেক্টর কিন্তু আমরা একটি পণ্যের জন্য একই জিনিস বলতে পারি না এবং আসলে আপনি দেখতে পাবেন যে এই স্তরে আমরা বলতে পারি যে পণ্য সংজ্ঞায়িত করার দুটি উপায় রয়েছে ভেক্টর এর মানে আমরা দুটি সংজ্ঞায়িত করি এখন বিভিন্ন ধরণের পণ্য
তাই আমরা ভেক্টরের দুটি ভিন্ন ধরণের পণ্য সংজ্ঞায়িত করি এবং এখানে আমরা যা দেখব তা হল এই উভয় পণ্য তারা গুণের বন্টনমূলক নিয়মকে সন্তুষ্ট করে যা a এবং b প্লাস c এর গুণফল
তাই আমরা b প্লাস দ্বারা গুণিত করি c এটি a এবং c এর a এবং b প্লাস গুণফলের সমান হবে এবং
তাই প্রথমে প্রথম প্রকারের পণ্যটিকে প্রথম ধরণের ভেক্টর পণ্যের সংজ্ঞায়িত করা যাক যা আমরা সংজ্ঞায়িত করি যে দুটি ভেক্টরের গুণফলকে আমরা বলি স্কেলার পণ্য বা কারণ আমরা এটির জন্য একটি প্রতীক বিন্দু ব্যবহার করি এটিকে ডট পণ্যও বলা হয় এখন আমরা কীভাবে এটিকে সংজ্ঞায়িত করব
তাই আমাদের দুটি ভেক্টর একটি ভেক্টর a এবং একটি ভেক্টর b আছে এবং আমরা বলি যখন আমরা দুটি ভেক্টরকে লেজের সাথে একসাথে রাখি এর মধ্যে কোণ এগুলি হল থিটা এবং এই কোণটি দুটি কোণের মধ্যে ছোট কারণ a এবং b এর মধ্যে কোণটি কেউ a এবং b এর মধ্যে গঠিত প্রতিবর্ত কোণটিকেও দেখতে পারে তবে আমরা কোণটির ছোটকে দেখি
তাই এই কোণটি থিটা হবে 0 এবং 180 ডি এর মধ্যে গ্রীস
তাই আমরা এখন এটি দেখছি ভেক্টর a এবং ভেক্টর b এর স্কেলার গুণফল এটি দ্বারা সংজ্ঞায়িত করা হয়েছে তিনটি পরিমাণ গুণ করে দেওয়া হয়েছে প্রথমটি ভেক্টরের মাত্রা a দ্বিতীয়টি ভেক্টর b এর মাত্রা এবং তৃতীয়টি a এবং b এর মধ্যে কোণের কোসাইন যেটি থিটার কোসাইন এবং
তাই আমরা যা লিখি তা হল আমরা এটিকে ভেক্টর a হিসাবে চিহ্নিত করি এবং আমরা b এর সাথে একটি বিন্দু বিন্দুযুক্ত চিহ্ন ব্যবহার করি এটি একটি গুণের মাত্রা বি গুণের কোসাইনের সমান।
থিটা যেখানে থিটা যেমন আমি a এবং b এর মধ্যে কোণ ব্যাখ্যা করেছি
তাই এই পণ্যটি কারণ এগুলি সমস্ত স্কেলার এই পণ্যটি একটি স্কেলার
তাই ডট পণ্যটি সর্বদা একটি স্কেলার
তাই এখন আমরা ডট পণ্যের কিছু বৈশিষ্ট্য দেখি
তাই প্রথম বৈশিষ্ট্য আমরা দেখতে পাচ্ছি যে একটি স্কেলার পণ্যটি পরিবর্তনশীল যার অর্থ হল একটি বি এর সাথে বি বিন্দুযুক্ত a এর সাথে বি বিন্দুযুক্ত এবং এটি এর গুণফলের সংজ্ঞা থেকে স্পষ্ট কারণ b এর সাথে একটি বিন্দু এটি a এর মাত্রার সমান হবে বি গুণ কোসাইন থিটা একটি এর গুন মাত্রা d এটি হবে বি গুন মাত্রার মাত্রা আবার a টাইম কোসাইন থিটা এর,
তাই এইগুলি হবে আহ এইগুলি এই ডট পণ্যটি এখন ঠিক মত দেখাবে যখন একটি বিন্দু বি একটি স্কেলার
তাই দ্বিতীয় বৈশিষ্ট্যটি আমরা দেখতে পাচ্ছি যখন একটি বিন্দু বি একটি স্কেলার এটি ধনাত্মক বা ঋণাত্মক হতে পারে
তাই এটিতে একটি চিহ্ন থাকতে পারে এবং এটি নির্ভর করবে a-এর কোণের মাত্রার উপর সর্বদা ধনাত্মক হবে b এর মাত্রা সর্বদা ধনাত্মক হবে
তাই চিহ্নটি কোণ থিটার উপর নির্ভর করবে যদি কোণ থিটা শূন্য এবং পাই দ্বারা দুই এর মধ্যে থাকে তাহলে একটি বিন্দু বি ধনাত্মক হবে এবং যদি থিটা pi দ্বারা 2 এবং pi এর মধ্যে থাকে তবে একটি বিন্দু বি ঋণাত্মক হবে
তাই এখন আমরা একটি ডট পণ্যের দিকে তাকাই এই বিষয়ে আরও কিছু বিষয় যা আমরা দেখি একটি ভেক্টরের নিজের সাথে একটি ডটযুক্ত a

তাই এটি শূন্য ডিগ্রির একটি গুণ কোসাইনের গুন মাত্রার মাত্রা ছাড়া আর কিছুই হবে না
তাই এটি একটি বর্গক্ষেত্রের মাত্রা বা ভেক্টরের মাত্রার বর্গাকার বিন্দু গুণফল ছাড়া কিছুই হবে না ভেক্টরের নিজের সাথে
দ্বিতীয় জিনিসটি দেখা যাক একটি d কিনা ot b 0 এর সমান তাহলে আমরা যা দেখছি তা হয় a এর মাত্রা 0 হতে হবে বা b এর মাত্রা 0 হতে হবে কিন্তু এগুলোকে যদি আমরা তুচ্ছ ক্ষেত্রে বলতে পারি কিন্তু যদি তা না হয় তাহলে থিটার কোসাইন অবশ্যই 0 এর সমান হতে হবে থিটার কোসাইন 0 হতে হলে এটি আমাদের দেবে যে ভেক্টর aকে ভেক্টর b এর লম্ব হতে হবে

তাই যদি ডট গুণফল 0 হয় তবে দুটি ভেক্টর লম্ব হতে হবে যদি তাদের একটি 0 না হয় এবং কখনও কখনও এটি ব্যবহার করা হয় প্রমাণ করুন যে 2টি ভেক্টর পারস্পরিকভাবে লম্ব যদি আপনাকে এটি প্রমাণ করতে হয় তবে আপনি ডট পণ্যটি নিন এবং আপনি যদি 0 হিসাবে বিন্দু গুণ পান তবে আপনি দেখাতে পারেন যে a   b এর লম্ব এবং আমরা মাঝে মাঝে একটি বিশেষ শব্দ ব্যবহার করি যা আমরা বলি যে ভেক্টর।
  a লম্ব বলার পরিবর্তে b   এর অর্থোগোনাল,
তাই এটি একটি পরিভাষা যা আমরা এখন ব্যবহার করেছি তৃতীয় জিনিস যদি আমরা দুটি ইউনিট ভেক্টরের স্কেলার গুণফল দেখি তবে তাদের মধ্যে কোণের কোসাইন হবে
তাই আমরা ইতিমধ্যে কম্যুটেটিভ দেখেছি সম্পত্তি যে ah ডট পণ্য তারপর পরিবর্তনশীল আমাদের আরেকটি প্রপার্টি আছে যেটি হল ডিস্ট্রিবিউটিভ প্রপার্টি যা সম্পর্কে আমরা বলেছিলাম যেটি যত্ন নেওয়া হয়েছিল যদি আমরা b প্লাস c দিয়ে ডটেড দেখি তাহলে এটি হবে ভেক্টর a ডটেড এর সাথে b   প্লাস ভেক্টর a ডটেড c এর সাথে এখন দেখা যাক এই ডট প্রোডাক্টটি ইউনিট ভেক্টরের পরিপ্রেক্ষিতে কেমন দেখায়
তাই আসুন আমরা কার্টেসিয়ান অক্ষ বরাবর ইউনিট ভেক্টর ijk এর দিকে তাকাই
তাই যখন আমরা এটি দেখি তখন পরিষ্কারভাবে যদি আমি দেখি i এর সাথে i ডটেড তাহলে এটি 1 হবে একইভাবে j এর সাথে j ডটেড হবে 1 এবং k এর সাথে k ডটেডও 1 হবে কিন্তু আমি যদি দেখি j এর সাথে i ডটেড এটি i এবং j এর মধ্যবর্তী কোণের কোসাইন এর সমান
তাই এটি 0 হবে i k এর সাথে ডটেড 0 হবে এবং k এর সাথে j ডটেড হবে 0 এর সমান।

তাই এখন এটি সাধারণভাবে ডট পণ্যকে প্রসারিত করতে এবং লিখতে ব্যবহার করা যেতে পারে
তাই উদাহরণস্বরূপ যদি আমাদের কাছে একটি ভেক্টর থাকে a এর সমান তাহলে চলুন এটি লিখি যদি আমাদের কাছে একটি ভেক্টর থাকে a এর সমান axi প্লাস ayj   প্লাস azk এবং ভেক্টর b সমান bxi plus byj plus bzk তাহলে আমরা যদি ডট গুণফল লিখতে চাই তাহলে b এর সাথে a ডটেড লিখব i t এবং
তাই আমরা এইগুলিকে প্রসারিত করার জন্য বন্টনমূলক আইন ব্যবহার করব যাতে এটি bxi প্লাস byj প্লাস bzk এর সাথে axi প্লাস ayj প্লাস azk ডটেডের সমান হবে এবং
তাই এখন আমরা এই পদগুলির প্রতিটি আবার প্রসারিত করি প্রথম শব্দটি আমাদেরকে ax bx বার i ডট দেয় i প্লাস আপনি axbyi ডট j   প্লাস axbzi ডট k পাবেন এবং তারপর আমরা এটিকে প্রসারিত করতে পারি আমাদের এখন এই 9টি পদের মধ্যে মোট 9টি পদ থাকবে আমরা যা দেখব তা হল i ডট j এটি 0 হবে একইভাবে i ডট k হবে 0 এই দ্বিতীয় পদটি আমাকে সম্পূর্ণভাবে প্রসারিত করতে দেওয়া যেতে পারে এটি আমাকে দেবে bx বার j ডট i প্লাস ayby   j ডট j প্লাস aybz বার j ডটেড k এর সাথে এবং তারপর প্লাস azbxk এর সাথে i প্লাস azby   k ডটেড এর সাথে j প্লাস azbzk ডটেড k এবং আমাদের এই জিনিসগুলি চালিয়ে যাওয়া i   k ডট দিয়ে j ডট করা i হবে 0 k ডট j হবে 0 j ডট k হবে 0 এবং এর প্রতিটি i ডট ij ডট j এবং k ডট k হবে 1
তাই অবশেষে আমরা যা পাই তা হল a ডট b উপাদানগুলির পরিপ্রেক্ষিতে axbx plus ayby plus azbz এর সমান
তাই এইভাবে আমরা এখন কাজ করতে পারি যদি আমরা কোসাইনের ত্রিভুজ সূত্রটি দেখি যাতে আমরা সহজেই sh করতে পারি ow এই ডট প্রোডাক্ট ব্যবহার করে যদি আমাদের একটি ভেক্টর থাকে একটি এখানে ভেক্টর b তাদের মধ্যে কোণটি হল থিটা যদি আমি এখন এটিকে প্লট করি এই ভেক্টরটি একটি ভেক্টর একটি বিয়োগ b ছাড়া আর কিছুই নয় এবং আসুন এটিকে c বলি কারণ যখন আমি এতে b যোগ করি ভেক্টর আমি ত্রিভুজটির তৃতীয় দিকটি পেয়েছি যা আমাকে একটি দেয় তাই এই ভেক্টরটি যাকে আমি c বলেছি তৃতীয় ভেক্টরটি একটি বিয়োগ b
তাই স্পষ্টভাবে আমরা লিখতে পারি ভেক্টর c সমান ভেক্টর a বিয়োগ b এবং যদি আমি এটিকে পদে লিখি এর মাত্রা তারপর c এর পরিমাপ একটি বিয়োগ b এর মাত্রার সমান
তাই এখন আমরা যা করব তা হল এই প্রথম অভিব্যক্তিটি নেওয়া যাক আসুন দুই পাশে c এর একটি ডট গুণফল নিই বা তাই আমরা c এর বিন্দু গুণফল লিখব c এর সাথে সমান একটি বিয়োগ b এর সাথে আবার c এর সাথে ডটেড যা একটি বিয়োগ b এর সমান
তাই আমরা এটিকে এই ফর্মে লিখি এবং আমাদের এখানে যা আছে
তাই যদি আমরা এটিকে প্রসারিত করি তাহলে আমরা c এর সাথে c ডটেড পাবো একটি প্লাস b ডটেডের সমান b বিয়োগ দিয়ে দুই বার ভেক্টর a ডটেড b এর সাথে যেখানে আমরা কম্যুটেটিভ এবং ডিস্ট্রিবিউটিভ বৈশিষ্ট্য ব্যবহার করেছি
তাই এখন যদি আমরা থ লিখি c এর সাথে c ডটেড করা যায় এটিকে c বর্গক্ষেত্রের মাত্রা একটি বর্গক্ষেত্রের মাত্রার সমান এবং b বর্গক্ষেত্রের বিয়োগের মাত্রার দ্বিগুণ মাত্রার a এবং b এর মধ্যবর্তী কোণটির b গুণ কোসাইন যা থিটা এবং মাত্রা বাহুর এই দৈর্ঘ্যগুলি ছাড়া আর কিছুই নয়

তাই আমরা পাই c বর্গ সমান একটি বর্গ প্লাস b বর্গ বিয়োগ দুই এবি কোসাইন থিটা যা ত্রিভুজের জন্য কোসাইন সূত্র এবং আমরা যা বুঝতে পারি তা হল ah এর মধ্যে কোণের কোসাইন যদি দুটি থাকে ভেক্টর এবং যদি তারা একটি কোণ থিটা করে তাহলে a এবং b ভেক্টরের মধ্যে কোণের কোসাইন এটিকে b এর গুন মাত্রার মাত্রা দ্বারা বি ভাগ করে বিন্দুযুক্ত হিসাবেও লেখা যেতে পারে

তাই যদি আমাদের দুটি ভেক্টরের মধ্যে কোণটি খুঁজে বের করতে হয় তারপরে আমরা দুটি ভেক্টরের ডট গুণফল নিতে পারি এবং এগুলোর মাত্রা দিয়ে ভাগ করতে পারি যা আমাদের ভেক্টরের মধ্যে কোণের কোসাইন দেবে যা আমরা অনেক পরিস্থিতিতে ডট পণ্যটি ব্যবহার করি এবং একটি পরিমাণ যেখানে আপনি ডট পণ্যটি দেখতে পাবেন।

ইচ্ছাশক্তি যখন আমরা মেকানিক্সের কথা বলি এবং আমরা একটি শক্তি বা শক্তি দ্বারা একটি বিন্দুতে কাজ করার কারণে কাজ করার কথা বলি যখন আমরা এই পরিমাণগুলি শক্তিতে কাজ করার কথা বলি তখন আমরা দেখতে পাব যে এই পরিমাণগুলি দুটি ভেক্টরের ডট পণ্য ছাড়া কিছুই নয়।

উদাহরণ স্বরূপ করা কাজকে বল এবং যে বিন্দুতে বল প্রয়োগ করা হচ্ছে তার স্থানচ্যুতি সহ বলের একটি বিন্দু গুণফল হিসাবে সংজ্ঞায়িত করা হবে এবং একইভাবে শক্তিকে যে বিন্দুতে বল প্রয়োগ করা হচ্ছে তার বিন্দু এবং বেগের বিন্দু গুণফল হিসাবে সংজ্ঞায়িত করা হবে।

প্রয়োগ করা হয়

তাই এইভাবে আমরা ডট পণ্য ব্যবহার করব এবং ডট পণ্য জড়িত অন্যান্য পরিমাণ কোর্সে আসবে এখন ধরুন আমাদের কাছে একটি ভেক্টর a আছে যা অক্সি প্লাস ayj প্লাস azk দ্বারা দেওয়া হয়েছে এবং আমরা ইউনিট ভেক্টর খুঁজে পেতে চাই যা আমরা ই হিসাবে উপস্থাপন করি।

এখন আমরা যে ইউনিট ভেক্টরটি জানি তা বরাবর একটি হ্যাট সহ sub a একটি ভেক্টর দিয়ে দেওয়া হবে যা 1 মাত্রার দিক a বরাবর

তাই এই একক ভেক্টর e sub a ভেক্টর a এর সমান হবে ভেক্টর a এর মাত্রা দ্বারা বিভক্ত এবং খুঁজে বের করতে ভেক্টর a wha এর মাত্রা t আমরা করব যেমনটি আমরা দেখেছি আমরা নিজের সাথে a এর ডট গুণফল নেব যাতে আমাদের একটি বর্গক্ষেত্রের মাত্রা দেবে এবং a এর বিন্দু গুণফল আমাদেরকে দেবে ax বর্গ প্লাস ay বর্গ প্লাস az বর্গ

তাই আমরা সহজেই করতে পারি বলুন যে a এর মাত্রা হবে x বর্গ এবং ay বর্গ প্লাস az বর্গ এর বর্গমূল

তাই a বরাবর একক ভেক্টর হবে অক্ষ যোগ ayj প্লাস azk এর সমান এবং এটিকে a এর মাত্রা দ্বারা ভাগ করা হবে

তাই আমরা এটিকে এর বর্গমূল দিয়ে ভাগ করি ax স্কয়ার প্লাস ay স্কয়ার প্লাস az বর্গ

তাই এইভাবে যেকোন ভেক্টর দেওয়া যায় একটি ভেক্টরের মাত্রা বের করতে পারে ধরুন আমাদেরকে একটি ভেক্টর a দেওয়া হয়েছে এবং আমাদেরকে একটি দিক eb বরাবর a এর উপাদান খুঁজে বের করতে হবে যার মানে যেখানে কিছু দিক দেওয়া আছে eb হল সেই দিক বরাবর একটি একক ভেক্টর অথবা আমরা বলতে পারি আমরা a বরাবর b এর কম্পোনেন্ট খুঁজে বের করতে চাই

তাই এই কম্পোনেন্টটি ভেক্টর দিয়ে eb এর সাথে ডটেড দেওয়া হয়েছে এটি আমাদেরকে a বরাবর b এর কম্পোনেন্ট দেয় আপনার অনেক সমস্যায় পড়তে পারে a এর উপাদান খুঁজে বের করতে যা লম্ব t o eb

তাই আমাদেরকে eb এর লম্বের কম্পোনেন্টও খুঁজে বের করতে হতে পারে

তাই সেক্ষেত্রে আমরা যা করব তা হল প্রথমে আমরা e b এর সাথে একটি ডটেড ভেক্টর নেব এটি আমাদেরকে eb বরাবর একটি কম্পোনেন্ট দেবে এখন এটি একটি স্কেলার

তাই আমরা কী করব আমরা কি ভেক্টর eb এর সাথে eb এর সাথে একটি ডটেড নিই এটিকে আমরা একটি বরাবর eb এর ভেক্টর কম্পোনেন্ট হিসাবে উল্লেখ করতে পারি এবং এখন আমরা যদি eb এর লম্ব উপাদানটি খুঁজে পেতে চাই তবে ভেক্টর a বিয়োগ a ডটেড eb বার সহ ভেক্টর eb এটি আমাদের একটি উপাদান দেবে যা eb-এর সাথে লম্ব

তাই এটি কিছু সমস্যায় প্রয়োজন হতে পারে তবে একটি জিনিস আমাদের বুঝতে হবে যে যদি আমরা একটি নির্দিষ্ট দিক বরাবর একটি ভেক্টরের উপাদানের কথা বলি তবে আমরা এটি গ্রহণ করে পেতে পারি আমরা সেই দিক বরাবর একক ভেক্টরের সাথে ভেক্টরের ডট পণ্য গ্রহণ করে পাই এখন যদি আমি একই ভেক্টরের উপাদানটিকে দ্বিতীয় দিক বরাবর নিয়ে যাই তবে আমি এই ভেক্টরের বিন্দু গুণফল দ্বিতীয়টির সাথে একটি ইউনিট ভেক্টরের সাথে দ্বিতীয়টি নিয়ে এটি করতে পারি।

দিক এখন এই দুটি উপাদানের যোগফল ents মূল ভেক্টরের সমান হবে শুধুমাত্র যদি কম্পোনেন্টের দিকনির্দেশগুলি লম্ব হয় যদি তারা লম্ব না হয় তবে আমরা আবার আসল ভেক্টর পাব না যেটি আসলে আসল ভেক্টরের 0 থেকে 2 গুণের মধ্যে থাকবে

তাই এই যোগফল মূল ভেক্টরের সমান হওয়া দুটি উপাদান কেবল তখনই ঘটবে যখন উপাদানগুলি একে অপরের সাথে পারস্পরিকভাবে লম্ব হয় এখন প্রথম ধরণের পণ্যটি দেখে আসুন আমরা দ্বিতীয় গুণ বা দ্বিতীয় প্রকারের পণ্যটি দেখি যাকে দুটি ভেক্টরের ভেক্টর পণ্য বলা হয় এখন এই পণ্যটিকে এখন ক্রস পণ্যও বলা হয় যেমন আমরা স্কেলার পণ্যে দেখেছি দুটি ভেক্টরের গুণফল একটি স্কেলার ছিল এক্ষেত্রে দুটি ভেক্টরের ভেক্টর গুণফল একটি ভেক্টরের পরিমাণ এটি একটি স্কেলার নয় এবং অগ্রিম কোর্সে আপনিও দেখুন যে এটি একটি বরং সীমাবদ্ধ অর্থে একটি ভেক্টর কিন্তু আমাদের উদ্দেশ্যে আমরা এটিকে এইভাবে নেব যে দুটি ভেক্টরের ভেক্টর গুণফল একটি ভেক্টর এখন আমরা কীভাবে এটি লিখব ধরুন i h? ave দুটি ভেক্টর a এবং b আমাদের আগে একই ভেক্টর a এবং b ভেক্টর ছিল

তাই আমরা একটি পণ্যকে সংজ্ঞায়িত করি যা আমরা এখন x চিহ্ন ব্যবহার করি বা ক্রস b ক্রস করি যেটিকে আমরা বলি এটি একটি ভেক্টর হিসাবে সংজ্ঞায়িত করা হয় যা প্রথম আমরা এটির দিক দিই এই ভেক্টরের দিকটি ভেক্টর a এবং ভেক্টর b ধারণকারী সমতলে স্বাভাবিক যার মানে এর উপরে a এবং b দুটি ভেক্টর সবসময় একটি সমতলকে একটি ক্রস b একটি

ভেক্টর করে যা এই সমতলে লম্ব হয় এখন প্রথমে আমাকে বলি মাত্রা সম্পর্কে কথা বলুন কারণ এই স্বাভাবিকেরই দুটি দিক থাকতে পারে এবং এর দিকটি এক মুহূর্তে ব্যাখ্যা করা হবে
তাই একটি ক্রস b এর মাত্রা a এবং এর মধ্যবর্তী কোণের b গুণ সাইনের গুন মাত্রার মাত্রার সমান হবে b
তাই যদি আমরা a এবং b এর মধ্যবর্তী কোণটিকে থিটা বলি তাহলে একটি ক্রস b এর মাত্রা হবে b গুণ সাইন থিটা এর গুন মাত্রার মাত্রার সমান এবং আমি এটিকে একটি ভেক্টর c বলি
তাই এখন আমরা কি বলতে পারি ভেক্টর c কে c বার ma বরাবর একক ভেক্টর হিসাবে লেখা যায় b গুন sin theta এর একটি গুণের মাত্রা আমাদের এখনও ব্যাখ্যা করতে হবে c এর দিকটি কী যা আমাদের ec দেবে
তাই c এর দিকটি ডান হাতের থ্রেডের নিয়ম দ্বারা নির্ধারিত হয় এবং এটি একটি নির্দিষ্ট নিয়ম যা আমরা ব্যবহার করি
তাই কি আমরা করি ভেক্টর a আছে আমাদের b ভেক্টর আছে
তাই আমরা ভেক্টর a কে b এর দিকে তাদের মধ্যবর্তী ক্ষুদ্রতম কোণ দ্বারা ঘোরাই আবার আমরা a এবং b এর মধ্যে ছোট কোণটি দেখব অন্য কোণটি সর্বদা একটি প্রতিসরণ হবে কোণ
তাই আমরা a এবং b এর মধ্যে সবচেয়ে ছোট ছোট কোণ দিয়ে দেখি আমরা aকে b এর দিকে ঘোরাতে পারি এখন আপনারা যারা স্ক্রু দেখেছেন যখন আমরা একটি স্ক্রু ঘোরান তখন স্ক্রুটি একটি অক্ষীয় দিকে চলে যায়
তাই যদি আমি একটিকে b এর দিকে নিয়ে যাই এবং স্ক্রুটি থাকে একটি ডান হাতের থ্রেড তারপর স্ক্রুটি যে দিকে সরে যাবে তা আমাদের একটি ক্রস b এর দিক নির্দেশ করবে
তাই আমরা a ঘোরাতে ঘোরাতে b এর দিকে এবং ডান হাতের স্ক্রু যে দিকে সরে যাবে যা একটি ক্রস b এর দিক নির্দেশ করে বা c এখন আমরা দেখতে পারি এমন আরও একটি উপায় রয়েছে এটাকে আমরা ডান হাতের বুড়ো আঙুলের নিয়ম বলে থাকি এবং যা সবার জন্য সহজে দেখা যায়
তাই আমরা যা করি তা হল আমরা দুটি ভেক্টর স্থাপন করি এটি ভেক্টর এবং এটি ভেক্টর আমরা দুটি ভেক্টরকে একসাথে লেজ দিয়ে প্রতিস্থাপন করি এবং এখন লক্ষ্য করুন যখন আমরা এটি করছি তখন আমাদের ডান হাত দিয়ে এই অনুশীলনটি চালাতে হবে
তাই যদি আপনার বেশিরভাগ যারা এটি করছেন যদি আপনি ডানহাতি হন তবে আপনি যদি এই অনুশীলনটি করছেন তখন আপনার কলমটি ফেলে দিন যদি আপনি আপনার কলম ধরে থাকেন তবে সম্ভবত আপনি এটি আপনার বাম হাত দিয়ে করলে যা আপনাকে ভুল ফলাফল দেবে
তাই এই ব্যায়ামটি আপনার ডান হাত দিয়ে করতে হবে আপনি ডান হাতটি নিন এবং আপনি যা করবেন তা হল আপনি আপনার ডান হাতের আঙ্গুলগুলিকে সেদিকে কুঁকিয়ে নিন যখন একটি ঘোরবে।
ছোট কোণের মধ্য দিয়ে b এর দিকে
তাই এই ক্ষেত্রে a এবং b এরকম হয় আমরা a থেকে b এর দিকে ডান হাত ঘোরাই এবং থাম্বের দিকটি আমাকে একটি ক্রস b এর দিক দেয়
তাই এখানে ah
তাই আমরা দুটি রাখি লেজ সহ ভেক্টর একসাথে এবং ডান হ্যানের আঙ্গুলগুলিকে কার্ল করে d এ a থেকে b এর দিকে এবং যখন আমরা করি যে থাম্বের দিকটি একটি ক্রস b এর দিকে নির্দেশ করে
তাই এখন আপনি লক্ষ্য করবেন আমি যদি একটি ক্রস b করছি তার মানে আমি a থেকে b এর দিকে ঘুরছি আমার বুড়ো আঙ্গুলটি ভিতরের দিকে বা নীচের দিকে নির্দেশ করছে আপনি এখন দেখতে পাবেন যদি আমি b এ ক্রস করি তার মানে আমি আমার আঙ্গুলগুলি b এ রাখলাম সেগুলিকে a দিকে ঘুরিয়ে এখন আপনি লক্ষ্য করবেন যে থাম্বটি উপরের দিকে নির্দেশ করছে
তাই b ক্রস এবং একটি ক্রস b তারা বিপরীত দিকে নির্দেশ করে একটি ক্রস বি বি ক্রস a এর বিপরীত দিকে বিন্দু যার মানে আমরা স্পষ্টভাবে বলতে পারি একটি ক্রস b সমান b ক্রস a এর বিয়োগের সমান এবং এটি আমাদেরকেও বলে যে এই পণ্যটি পরিবর্তনশীল নয় ডট পণ্যটি পরিবর্তনশীল ছিল তবে এটি দ্বিতীয় জিনিস নয় এই পণ্যটি সম্পর্কে আমরা যা পর্যবেক্ষণ করি তা হল যে যদি আমরা একটি ক্রস বি প্লাস c এর দিকে তাকাই তবে বিতরণকারী সম্পত্তি এখনও কাজ করে এটি একটি ক্রস বি প্লাস একটি ক্রস c এর সমান তারপর যদি আমরা একটি ক্রস দেখি তবে এটি a এর মাত্রার সমান হবে একটি an-এর মধ্যবর্তী কোণের সাইন দ্বারা গুণিত মাত্রার দ্বারা গুণিত d a এখন কারণ a এবং a এই কোণের একই ভেক্টর সাইন a এবং a এর মধ্যে কোণ শূন্য হবে
তাই একটি ক্রস a সর্বদা শূন্য হবে শুধু
তাই নয় যদি আমাদের দুটি সমান্তরাল ভেক্টর a এবং b থাকে তাহলেও
তাই যদি এটি হয় একটি ভেক্টর a এবং আরেকটি ভেক্টর b আছে যা a-এর সমান্তরাল তারপরও আপনি দেখতে পাবেন এই ক্ষেত্রে একটি ক্রস b শূন্যের সমান হবে কারণ এই দুটি ভেক্টরের মধ্যে কোণটি শূন্য এখন কার্টেসিয়ান অক্ষ যা আমরা আঁকছি যা i আপনাকে দেখিয়েছি যা আমরা গত বক্তৃতায় ব্যবহার করেছি এছাড়াও যদি আমরা এটিকে x অক্ষ হিসাবে এটি y অক্ষ এটি z অক্ষ হিসাবে কথা বলি তবে আপনি বুঝতে পারবেন যে তারা সর্বদা ডান হাতের আকারে থাকে যে আমরা যদি দেখি যে আমরা যদি সেখান থেকে ঘোরাতে পারি x থেকে y তারপর তৃতীয় অক্ষ z অক্ষটি থাম্বের দিকে নির্দেশ করবে
তাই কার্টেসিয়ান অক্ষ যখন আমরা এগুলি আঁকি তখন আমরা যখন 3d তে আঁকি তখন আমরা তাদের সবসময় ডান হাতের মতো আঁকতে বলি এবং এর একটি পরিণতি যা আপনি দেখতে পাবেন এখন যদি আমরা আঁকি একক ভেক্টর লিখুন ijk তাহলে স্পষ্টভাবে i ক্রস ij ক্রস j এবং k c ross k এগুলো সবই শূন্য হবে কিন্তু আমরা যদি ক্রস

ডিরেকশনের মাঝখানের পণ্যগুলো দেখি তার মানে আমরা i ক্রস j এর দিকে তাকাই এটা k এর সমান হবে এবং তারপর যদি আমি j ক্রস k দেখি এবং এর জন্য i এর দিকে তাকাই এটি যদি আমি z এর দিক থেকে x থেকে yi বিন্দুতে যাই একইভাবে যদি আমি y দিক থেকে z দিকে যাই যদি আমি আমার আঙ্গুলগুলি কুঁচকে যাই তাহলে আমি উপরের দিকে নির্দেশ করছি যা x দিক এবং যদি আমি z থেকে xi am এ যাই প্লাস y এর দিক নির্দেশ করে
তাই আমাদের কাছে আছে j ক্রস k সমান i এর সমান এবং k ক্রস i সমান j এবং আপনি যদি এইগুলি লক্ষ্য করেন তবে এই জিনিসটিকে একটি চক্রীয় করে তোলে যে আমরা যদি ijk কে এক ক্রমে রাখি তবে i ক্রস j সমান k j ক্রস k সমান i এর সমান এবং k ক্রস i সমান j এর মানে আমরা যদি অনুসরণ করি তাহলে এই ij k কে একটি চক্রাকার ক্রমে অনুসরণ করি আমরা পাব তৃতীয় জিনিসটি ধনাত্মক হবে কিন্তু যদি আমরা চক্রাকারে না যাই তাহলে আমরা উল্টে যাচ্ছি ।
দিকনির্দেশ এবং স্পষ্টভাবে i ক্রস j এর বিয়োগটি বিয়োগ k এর সমান এবং বিয়োগ i ক্রস jও j ক্রস i এর সমান তাই আমাদের কাছে j ক্রস i সমান বিয়োগ কি ক্রসের সমান s k সমান বিয়োগ j এবং k ক্রস j সমান বিয়োগ i
তাই যখন আমরা এটি করি তার মানে আমরা অ্যান্টিসাইক্লিক করছি
তাই এটি তাদের মনে রাখার একটি উপায় আপনি এটি এভাবে কাজ করতে পারেন
তাই আমরা আমাদের এই চক্রীয় ক্রমটি দেখতে দিয়েছি ধনাত্মক এবং অ্যান্টিসাইক্লিক মানে আমরা বিপরীত অর্থে যাই অ্যান্টিসাইক্লিক ক্রম ঋণাত্মক
তাই এখন দেখা যাক আমাদের দুটি ভেক্টর a এবং b আছে যা কার্টেসিয়ান স্থানাঙ্কের পরিপ্রেক্ষিতে প্রকাশ করা হয় তাহলে আমরা সম্পূর্ণ প্রসারণ এবং বিকশিত নিয়মগুলি ব্যবহার করতে পারি।
এই ভেক্টরগুলির ক্রস পণ্য
তাই আমরা একটি ক্রস b লিখতে পারি ax i plus ayj plus azk কে bxi plus byj plus bzk দিয়ে ক্রস করা হয় এবং এটি তারপর প্রসারিত হতে পারে
তাই এটি aybz বিয়োগ azbyi প্লাস azbx বিয়োগ axbz গুণ j প্লাস এর সমান হবে axby minus aybx times k এবং এই নিয়মগুলি অনুসরণ করে যে i cross i is 0 i cross j is k ইত্যাদি যা আমরা এখন দেখেছি এটি দেখার আরেকটি উপায় হল নির্ধারকের ধারণার মাধ্যমে যা আপনি যদি আপনার গণিত কোর্সে দেখে থাকেন তাহলে যদি আমরা x আমরা determi হিসাবে একটি ক্রস b লিখতে পারি Nant of ijk axayaz এটি ক্রস পণ্যের প্রথমটি দ্বিতীয়টি আমরা তৃতীয় সারি হিসাবে লিখি সুতরাং এখন এটি ব্যাখ্যা করা যেতে পারে আসুন ক্রস পণ্যের কিছু প্রয়োগ দেখি প্রথমটি যদি আমরা একটি ক্রস b এর মাত্রা দেখি
তাই আমাদের দুটি ভেক্টর a এবং b আছে এবং যদি আমরা সমান্তরালগ্রাম দেখি যা a দ্বারা গঠিত হয় ক্রস b তারপর একটি ক্রস b এর মাত্রা এটি a এবং b এর মধ্যবর্তী কোণের b গুণ সাইনের একটি গুণের মাত্রা দ্বারা দেওয়া হয় এখন আপনি যদি এই সমান্তরালগ্রামটি দেখেন তবে এটিও এই সমান্তরালগ্রামের ক্ষেত্রফলের সমান একটি ক্রস b এর মাত্রা আমাদেরকে mag দেয় ক্ষেত্র a এবং b এর ভেক্টর দ্বারা গঠিত সমান্তরালগ্রামের ক্ষেত্রফল
তাই এটি হল ম্যাগনিটিউড a এবং b বাহুর সমান্তরালগ্রামের ক্ষেত্রফলের সমান একইভাবে আমাদের একটি সমান্তরাল পাইপেট রয়েছে যার বাহু রয়েছে এবং c এর মানে হল যদি আমরা এই একটি এই বি এই c এর মানে হল আমরা এই সমান্তরালগ্রামটি সম্পূর্ণ করি এবং c দিয়ে আমরা এটি সম্পূর্ণ করি আমরা এই চিত্রটি দেখি যা ah সমান্তরাল পাইপেট যার বাহু ab এবং c
তাই তারপর সমান্তরাল পাইপেটের আয়তন দেওয়া হয় যেন আমরা একে বলি v তারপর v c এর সাথে ডটযুক্ত একটি ক্রস b এর সমান এবং যেহেতু এইগুলি সমান্তরাল পাইপেটের তিনটি দিক যদি আমরা একটি চক্রীয় ক্রমে সরে যাই তবে আমরা একই জিনিস পাব
তাই এটি একটি ক্রস b ডট c এর সমান হবে
তাই এটি সমান হবে b ক্রস c ডটেড a এর সাথে এবং এটি b এর সাথে c ক্রস a ডটেডের সমান হবে
তাই আমরা সমান্তরাল পাইপেটের আয়তন খুঁজে পেতে ডট পণ্য এবং cos পণ্য ক্রস পণ্য ব্যবহার করতে পারি তারপর মেকানিক্সে আমরা টর্কের ধারণাটি দেখতে পাব বা একটি বিন্দু সম্পর্কে একটি বলের গতিবিধি
তাই ধরুন আমাদের একটি বিন্দু o আছে এবং একটি বল f কাজ করছে
তাই সেখানে আমরা যা করি তা হল o থেকে একটি ভেক্টর আঁকলে আমরা o থেকে একটি ভেক্টর আঁকব f বলের ক্রিয়া রেখায় এবং যাক আমি এই ভেক্টরটিকে r বলে ডাকি তারপর আমরা f বলটির মুহূর্ত সংজ্ঞায়িত করি প্রায় o এটিকে ক্রস প্রোড হিসাবে সংজ্ঞায়িত করা হয় uct of r এবং f মাঝে মাঝে আমরা একে টর্কও বলি
তাই বলের মুহূর্ত আমাদের টর্ক দেবে এবং সেখানে ক্রস প্রোডাক্ট ব্যবহার করা হবে তাহলে আমরা যদি ক্রস প্রোডাক্টের ব্যবহারও খুঁজে পাই যখন আমরা কথা বলি।
একটি পয়েন্ট চার্ট যখন আমরা একটি চৌম্বক ক্ষেত্রে bv বেগের সাথে একটি বিন্দু চার্জের গতির কথা বলি তখন এই চার্জের বলটি v ক্রস b এর দিকে থাকে
তাই এটি আবার আমরা ক্রস পণ্য ব্যবহার করে এটি দেখানোর জন্যও যদি আমরা দেখাতে হবে যদি আমাদের দেখাতে হয় যে দুটি ভেক্টর একে অপরের সমান্তরাল তাহলে আমরা নিতে পারি যদি আমরা দেখাই যে ক্রস গুণফল শূন্যের সমান তাহলে দুটি ভেক্টর একে অপরের সমান্তরাল হবে এখন আসুন একটি ছোট উদাহরণ নেওয়া যাক এই ভেক্টর ক্রিয়াকলাপগুলির
তাই ধরুন আমাদের একটি ভেক্টর দেওয়া হয়েছে b xi যোগ তিন j এর সমান এবং একটি ভেক্টর c সমান দুই i প্লাস

yj এখন আমাদের x এবং y খুঁজে বের করতে হবে যাতে b এবং c ভেক্টর d এর সাথে লম্ব হয় ফাই ফি প্লাস সিক্স জে এর সমান এবং দ্বিতীয় অংশে বলা হয়েছে যে এই মানগুলির জন্য দেখান x এবং y ভেক্টর b এর সমান্তরাল ভেক্টর c এর জন্য প্রথম অংশের জন্য আমাদের যা করতে হবে তা হল আমাদের একটি ভেক্টর d দেওয়া হয়েছে এবং আমাদের একটি ভেক্টর b দেওয়া হয়েছে যেখানে একটি অজানা আছে আমাদের x এবং y যেমন b খুঁজে বের করতে হবে d এর সাথে লম্ব

তাই অংশের জন্য একটি ভেক্টর b d এর সাথে লম্ব এটি বোঝায় এখন d হল 5 phi প্লাস 6 j এবং ভেক্টর b হল xi প্লাস থ্রি j সুতরাং যেহেতু b d এর লম্ব, এর অর্থ হল b ডট d সমান শূন্য থেকে

তাই এটি আমাদের দেবে পাঁচ x যোগ আঠার সমান শূন্যের সমান

তাই x হবে বিয়োগ আঠার সমান বিয়োগ পাঁচ দিয়ে ভাগ করে এবং একইভাবে আমরা c এর সাথে ডট করেছি d অবশ্যই শূন্য হতে হবে কারণ c d এর লম্ব এবং c দেওয়া হয়েছে 2 i হিসাবে প্লাস yj

তাই c ডট d আমাদের দেবে যখন আমরা c ডট d করব

তাই আমাকে 2 i যোগ 5 phi দেবে যাতে আমাদের 10 দেবে এবং যখন আমরা y যোগ 6 নিব

তাই 10 যোগ 6 y সমান 0

তাই y হয় বিয়োগ 10 বাই 6 এর সমান বা এটি বিয়োগ 5 বাই তিনের সমান

তাই এখন আমাদের কাছে যা আছে তা হল যদি আমরা এই মানগুলির জন্য ভেক্টর b সমান হয় বিয়োগ আঠারো বাই পাঁচ ফাই প্লাস থ্রি j এবং ভেক্টর c দুই i বিয়োগ পাঁচ বাই তিন j এর সমান এখন দেখানোর জন্য যে b এবং c সমান্তরাল তাই ভাগ b দেখানোর জন্য b হল c এর সমান্তরাল আমরা নিই যে ক্রস পণ্যটি ভালভাবে নিই সেখানে এটি করার অনেক উপায় আছে একটি উপায় হল ক্রস প্রোডাক্ট

তাই আসুন আমরা প্রথমে এটি দেখি

তাই আমরা b ক্রস c নিই যাতে এই নির্ধারক ijk বিয়োগ আঠার দ্বারা পাঁচ তিন শূন্য দুই বিয়োগ পাঁচ দ্বারা তিন শূন্যের সমান হবে এবং এটি আমাদের দেয় k গুণ বিয়োগ আঠার দ্বারা পাঁচ গুণ করে বিয়োগ পাঁচ তিন বিয়োগ তিন গুণ করে দুই দ্বারা

তাই এটি আমাদের দেবে মূলত শূন্য k এর সমান

তাই যেহেতু এটি শূন্য b এবং c সমান্তরাল এটি করার আরেকটি উপায় হল আমরা b বরাবর ইউনিট ভেক্টর লিখতে পারি আমরা c বরাবর ইউনিট ভেক্টর লিখতে পারি এবং যদি সেগুলি হয় সমান্তরাল বা সমান্তরাল হয় তবে আমরা একই জিনিস পাব

তাই আমরা কেবল b কে b এবং c এর মাত্রা দিয়ে ভাগ করতে পারি এবং যদি আমরা একে অপরের একই একক ভেক্টর বা ঋণাত্মক পাই তবে আমরাও পারি দেখান যে b c এর সমান্তরাল

তাই এটি অন্য উপায় এখন এর শুধু

তাই suppo সে আমাদের দেওয়া হয়েছে আবার একটি ছোট উদাহরণ নেওয়া যাক, ধরুন আমাদেরকে একটি ভেক্টর দেওয়া হয়েছে যা phi phi প্লাস 10 j এর সমান এখন একটি ভেক্টর b এর কম্পোনেন্ট খুঁজে বের করুন যেখানে b তিন i যোগ চার j এর সমান এবং দ্বিতীয় অংশ।

আমরা বলি ভেক্টর b এর লম্বের উপাদানটি খুঁজে বের করা

তাই এখানে যেহেতু আমাদেরকে b বরাবর a এর উপাদান খুঁজে বের করতে হবে

তাই একটি অংশের জন্য প্রথম খুঁজে বের করার জন্য আমি শুধু এই প্রথম eb খুঁজে বের করব এবং তারপর আমরা ভেক্টরটিকে eb এর সাথে ডটেড নিয়ে নিই আমরা আগে ব্যাখ্যা করেছি তারপর ah এটি হবে a বরাবর b এর উপাদান এবং দ্বিতীয় অংশটি খুঁজে বের করার জন্য আমরা যা করব তা হল আমরা ভেক্টরকে নেব একটি বিয়োগ a বিন্দুযুক্ত eb এবং একক ভেক্টরের সাথে এটি হবে একটি লম্বের উপাদান b

তাই এইভাবে কেউ এটা বের করতে পারে এগুলো হল সরল সংখ্যা এবং আপনি এই উত্তরগুলো বের করতে পারেন আহ এবং আরেকটি বিষয় যদি আপনাকে উত্তরগুলো পরীক্ষা করে দেখতে হয় যে দুটি ভেক্টর আপনি পাবেন যেগুলো আপনি যদি ওই ভেক্টরগুলোর একটি ডট প্রোডাক্ট নেন তাহলে আপনার উচিত তাদের 0 হতে দিন কারণ তারা পারস্পরিকভাবে লম্ব

তাই আমাদের ছিল গতিবিদ্যা থেকে কিছুটা পথচলা কারণ আমরা পরের ক্লাসে ভেক্টর দেখতে শুরু করেছি আমরা প্ল্যানার মোশন দেখব আমরা একটি সমতলে গতি দেখব এবং আমরা বেগ এবং ত্বরণের জন্য অভিব্যক্তি বের করব এবং তারপরে আমরা ধ্রুবকের ক্ষেত্রে দেখব ত্বরণ এবং যাকে আমরা বলি প্রক্ষিপ্ত গতি যেখানে আমাদের একটি দেহ আছে মহাকর্ষের ক্রিয়ায় আপনি