

Matrices and Determinants - Class XII

Past Year JEE Questions

Questions

Question: 01

$$\text{If } \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdots \begin{bmatrix} 1 & n-1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 78 \\ 0 & 1 \end{bmatrix},$$

then the inverse of $\begin{bmatrix} 1 & n \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ is

A. $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 12 & 1 \end{bmatrix}$

B. $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 13 & 1 \end{bmatrix}$

C. $\begin{bmatrix} 1 & -13 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

D. $\begin{bmatrix} 1 & -12 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

Solutions

Solution: 01

Explanation

Given

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdots \begin{bmatrix} 1 & n-1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 78 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdots \begin{bmatrix} 1 & n-1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 78 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 6 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdots \begin{bmatrix} 1 & n-1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 78 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1+2+3 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdots \begin{bmatrix} 1 & n-1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 78 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

⋮
⋮
⋮
⋮

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1+2+3+\dots+(n-1) \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 78 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

By comparing both sides we get,

$$1 + 2 + 3 + \dots + (n-1) = 78$$

$$\Rightarrow \frac{n(n-1)}{2} = 78$$

$\Rightarrow n = 13, -12$ (not possible)

\therefore The inverse of $\begin{bmatrix} 1 & 13 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -13 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$