द्विपद प्रमेय

$\lfloor n$ या $n! = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times \cdots \times n$

$\lfloor n = n \times \lfloor n-1 = n \times (n-1) \lfloor n-2 \cdots$

$\lfloor n-1 = \frac{\lfloor n}{n}$ $\quad \lfloor 0 = 1$

$n=0 \Rightarrow \lfloor 0-1 = \frac{\lfloor 0}{\lfloor 0} = \frac{1}{0} = \infty$

$n=-1 \Rightarrow \lfloor -1-1 = \lfloor -2 = \frac{\lfloor -1}{-1} = \frac{\infty}{-1} = -\infty$

$$\boxed{\begin{aligned} {}^nC_r &= {}^nC_{n-r} \\ {}^nC_r + {}^nC_{r-1} &= {}^{n+1}C_r \end{aligned}}$$

${}^nC_r = \binom{n}{r} = C(n, r)$

$n \geq 0, \quad 0 \leq r \leq n$

${}^0C_0 = 1$ $\quad {}^nC_0 = \frac{\lfloor n}{\lfloor 0 \lfloor n-0} = 1$

${}^nC_n = \frac{\lfloor n}{\lfloor n \lfloor n-n} = \frac{\lfloor n}{\lfloor n \lfloor 0} = 1$

$\boxed{{}^nP_r = {}^nC_r \times \lfloor r}$

${}^nC_1 = \frac{\lfloor n}{\lfloor 1 \lfloor n-1} = n$

~~nr~~

① जब n धनात्मक पूर्णांक है तब द्विपद प्रमेय :-

$$(x+a)^n = {}^nC_0 x^n a^0 + {}^nC_1 x^{n-1} a^1 + {}^nC_2 x^{n-2} a^2 + \cdots + {}^nC_{n-2} x^2 a^{n-2} + {}^nC_{n-1} x^1 a^{n-1} + {}^nC_n x^0 a^n$$

* x व a की घातों का योग सदैव n रहता है
* पदों की संख्या $= n+1$
* ${}^nC_0, {}^nC_1, {}^nC_2, {}^nC_3 \ldots\ldots, {}^nC_{n-2}, {}^nC_{n-1}, {}^nC_n =$ द्विपद गुणांक
* प्रसार में दोनों तरफ से समान दूरी पर स्थित द्विपद गुणांको के मान समान होते है।

पास्कल त्रिभुज

1

1 1

1 2 1

1 3 3 1

1 4 6 4 1

1 5 10 10 5 1

1 6 15 20 15 6 1

1 7 21 35 35 21 7 1

* $(x+a)^n = {}^nC_0 x^n + {}^nC_1 x^{n-1} a^1 + {}^nC_2 x^{n-2} a^2 + \cdots\cdots + {}^nC_n a^n$

G. Term $T_{r+1} = {}^nC_r x^{n-r} a^r \; [\, r = 0,1,2,3,\ldots$

$(x+a)^n = \sum_{r=0}^{n} {}^nC_r x^{n-r} a^r$

* $a = -a$

$(x-a)^n = {}^nC_0 x^n - {}^nC_1 x^{n-1} a + {}^nC_2 x^{n-2} a^2 + \cdots\cdots + (-1)^n \, {}^nC_n a^n$

$= \sum_{r=0}^{n} {}^nC_r x^{n-r} a^r (-1)^r$

$T_{r+1} = (-1)^r \, {}^nC_r x^{n-r} a^r$

* $x = 1, \; a = x$

$(1+x)^n = {}^nC_0 + {}^nC_1 x^1 + {}^nC_2 x^2 + \cdots\cdots + {}^nC_n x^n$

G.T. $T_{r+1} = {}^nC_r x^r$

* $x = 1 \quad a = -x$

$(1-x)^n = {}^nC_0 - {}^nC_1 x^1 + {}^nC_2 x^2 + \cdots\cdots + (-1)^n \, {}^nC_n x^n$

$T_{r+1} = (-1)^r \, {}^nC_r x^r$

Q 1 $\left(2x^2 - \frac{1}{3x^2}\right)^{10}$ के प्रसार में 6 वाँ पद होगा ?

Q2 $\left(\frac{a}{x} + bx\right)^{12}$ के विस्तार में x^{-10} का गुणांक

Q3 यदि $\left(2 + \frac{x}{3}\right)^n$ के प्रसार में x^7 का गुणांक = x^8 का गुणांक तब n = ?

Q 4 $\left(x^2 - \frac{3\sqrt{3}}{x^3}\right)^{10}$ के विस्तार मे x के स्वतन्त्र पद (x^0 का गुणांक) बताइए

Ans 1 ⇒ $\left(2x^2 - \frac{1}{3x^2}\right)^{10}$ का $T_{r+1} = (-1)^r \times {}^{10}C_r (2x^2)^{10-r} \left(\frac{1}{3x^2}\right)^r$

$T_{r+1} = (-1)^r \times {}^{10}C_r \frac{2^{10-r}}{3^r} \times x^{20-2r} \times \frac{1}{x^{2r}}$

$= (-1)^r \times {}^{10}C_r \frac{2^{10-r}}{3^r} \times x^{20-4r}$

$r = 5$ रखने पर

$T_6 = (-1)^5 \times {}^{10}C_5 \times \frac{2^5}{3^5} \times x^0$

$T_6 = -{}^{10}C_5 \left(\frac{2}{3}\right)^5$ Ans

Q. 2 $\left(\frac{a}{x} + bx\right)^{12}$

$T_{r+1} = {}^nC_r \left(\frac{a}{x}\right)^{n-r} (bx)^r$

$= {}^{12}C_r \left(\frac{a}{x}\right)^{n-r} (bx)^r$

$= {}^{12}C_r \frac{a^{n-r}}{x^{n-r}} b^r x^r = {}^{12}C_r a^{n-r} b^r x^{2r-12}$

$= {}^{12}C_r a^{12-r} b^r x^{2r-12}$ $\qquad 2r - 12 = -10$

$= {}^{12}C_1 a^{11} b^1 x^{-11}$ $\qquad 2r = -10+12$, $r = 1$

x^{-10} का गुणाक $= 12 a^{11} b$

Ans 3 $\left(2+\frac{x}{3}\right)^n$ x^7 का गुणांक = x^8 का गुणांक

$T_{6+1} = T_{7+1}$

$^nC_6 (2)^{n-7} \cdot \left(\frac{x}{3}\right)^7 = {}^nC_7 (2)^{n-8} \left(\frac{x}{3}\right)^8$

$^nC_7\, 2 \left(\frac{x}{3}\right)^7 = {}^nC_8 \left(\frac{x}{3}\right)^8$

$\frac{^nC_7}{^nC_8} = \frac{x}{3\times 2} = \frac{x}{6}$

$\frac{8}{(n-7)} = \frac{x}{6}$ $6\,{}^nC_7 = {}^nC_8$

$\cancel{7n-49 = \frac{1}{6}} \Rightarrow \cancel{7n = \frac{1}{6}+49}$

$\cancel{7n = \frac{1+294}{6} = \frac{295}{6\times 7} = n}$

$6\,{}^nC_7 = {}^nC_8$

$6 \times \frac{n!}{7!(n-7)(n-8)!} = \frac{n!}{8\times 7!\,(n-8)!}$

$n-7 = 48$ $n = 55$

Ans $\left(x^2 - \frac{3\sqrt{3}}{x^3}\right)^{10}$

$(x-a)^n = T_{r+1} = (-1)^r\, {}^nC_r\, x^{n-r} a^r$

$(-1)^r\, {}^{10}C_r (x^2)^{10-r} \left(\frac{3\sqrt{3}}{x^3}\right)^r$

$(-1)^r\, {}^{10}C_r\, x^{20-2r} \frac{(3\sqrt{3})^r}{x^{3r}}$

$(-1)^r\, {}^{10}C_r\, x^{20-5r} (3\sqrt{3})^r$

$20-5r=0$ $(-1)^4\, {}^{10}C_4 (3\sqrt{3})^4$

$\boxed{r=4}$ ${}^{10}C_4 (3\sqrt{3})^4$ Ans

${}^{10}C_4 (3^6)$ Ans

$a^{\log_a K} = K$

Q $\left[2^{\log_2\sqrt{9^{x-1}+7}} + \frac{1}{2^{\frac{1}{5}\log_2(3^{x-1}+1)}}\right]^7$ के प्रसार में 6 वां पद $T_6 = 84$ तब $x = ?$

Ans $\left[(9^{x-1}+7)^{1/2} + \frac{1}{(3^{x-1}+1)^{1/5}}\right]^7$

$\left[(9^{x-1}+7)^{1/2} + (3^{x-1}+1)^{-1/5}\right]^7$

$T_{r+1} = {}^7C_r \{(9^{x-1}+7)^{1/2}\}^{7-r} \times \{(3^{x-1}+1)^{-1/5}\}^r$

$T_6 = {}^7C_5 \{(9^{x-1}+7)^{1/2}\}^2 \times \{(3^{x-1}+1)^{-1/5}\}^5$

$T_6 = 21 \times \frac{(3^{x-1})^2+7}{3^{x-1}+1} = 84$

$3^{x-1} = \alpha$

$\alpha^2+7 = 4\alpha+4$

$\alpha^2 - 4\alpha + 3 = 0 \Rightarrow \alpha^2 - 3\alpha - \alpha + 3 = 0$

$\alpha(\alpha-3) - 1(\alpha-3) = 0$ $\alpha = 3$ $\alpha = 1$

$3^{x-1} = 3$ | $3^{x-1} = 1$

$x-1 = 1$ | $x = 1$

$x = 2$

Ans $x = (2, 1)$ Ans

Q. $(5^{1/2}+7^{1/8})^{1024}$ के प्रसार में पूर्णांक पदों की संख्या होगी

Ans $T_{r+1} = {}^{1024}C_r (5^{1/2})^{1024-r} \times (7^{1/8})^r$

$= {}^{1024}C_r\, 5^{\frac{1024-r}{2}} \times 7^{r/8}$ $0 \le r \le 1024$.

$r = 0, 8, 16, \ldots 1024$ — A.P.

$T_n = 1024 = 0 + (n-1)d = 1024$

$n-1 = \frac{1024}{8} = 128$

$n = 129$

अतः चूंकि पदों की संख्या = 129

अपरिमेय पदों की संख्या = 1025 - 129

= 896

$(x+a)^n$ के प्रसार मे अन्त से r वा पद ज्ञात करना

$$\boxed{T_r(E) = T_{n-r+2}(B)}$$

या $(x+a)^n$ के प्रसार मे अन्त से r वां पद वही है जो $(a+x)^n$ के प्रसार मे शुरु से $r+2$वॉ पद है।

$(x+a)^n$ के प्रसार में मध्य पद ज्ञात करना -

(i) n सम हो तो
n सम हो तब कुल पद $(n+1)$ होंगे जो कि विषम है तब मध्य पद

$= \left(\frac{n+2}{2}\right)$ वां पद $= \left(\frac{n}{2}+1\right)$ वां पद

(ii) n विषम हो तो
n विषम हो तब कुल पद $(n+1)$ होंगे जो कि सम है तब मध्य पद

$= \frac{n+1}{2}$ वां पद व $\left(\frac{n+3}{2}\right)$ वां पद

तथा इन दोनोंपदो के द्विपद गुणांक समान होंगे।

* $(x_1+x_2+x_3 - \dots +x_k)^n$ के प्रसार मे कुल पदों की संख्या $^{n+k-1}C_{k-1}$ होगी जबकि $x_1, x_2, x_3 \dots x_k$ अलग-अलग चर है

Examp $(x+y+z)^4 = {}^{4+3-1}C_{3-1}$ $^6C_2 = 15$ Ans

* $(x+a)^n + (x-a)^n$ के प्रसार में कुल पद:-

n सम है तब $= \left(\frac{n}{2}+1\right)$ पद

n विषम है तब $= \frac{n+1}{2}$ पद

* $(x+a)^n - (x-a)^n$ के प्रसार में कुल पद

n सम है तब $= n/2$ पद

n विषम है तब $= \frac{n+1}{2}$ पद

Exam $(x+a)^{100} + (x-a)^{100}$ के प्रसार मे पदो की संख्या

Ans $\frac{100}{2} + 1 = 51$ Ans

* $(x-1)(x-2)(x-3) \dots (x-n)$ के प्रसार मे x^{n-1} का गुणांक $= -\frac{n(n+1)}{2}$

* $(x+1)(x+2)(x+3) \dots (x+n)$ के प्रसार मे x^{n-1} का गुणांक $= \frac{n(n+1)}{2}$

* किसी बहुपद में चर राशियोंके स्थान पर 1 रखने से जो मान प्राप्त होता है वह मान उस बहुपद के प्रसार में समस्त गुणांको पदो के गुणाको का योग होता है

- किसी द्विपद के प्रसार मे समस्त द्विपद गुणांकों का योग 2^n होता है।

* $(1+x)^n = {}^nC_0 + {}^nC_1 x + {}^nC_2 x^2 + \dots + {}^nC_n x^n$

Put $x=1$

$2^n = {}^nC_0 + {}^nC_1 + {}^nC_2 + {}^nC_3 + \dots + {}^nC_n$

Q.
$^{20}C_0 + {}^{20}C_1 + {}^{20}C_2 + {}^{20}C_3 + {}^{20}C_4 + {}^{20}C_5 + \dots + {}^{20}C_9 + {}^{20}C_{10} + {}^{20}C_{11} + \dots + {}^{20}C_{20} = 2^{20}$ — (1)

$^{20}C_0 + {}^{20}C_1 + {}^{20}C_2 + {}^{20}C_3 + {}^{20}C_4 + {}^{20}C_5 + {}^{20}C_6 + {}^{20}C_7 + {}^{20}C_8 + {}^{20}C_9 + {}^{20}C_{10} = ?$

समी. (1)

$2({}^{20}C_0 + {}^{20}C_1 + {}^{20}C_2 + {}^{20}C_3 + \dots + {}^{20}C_9) + 2\,{}^{20}C_{10} = 2^{20} + {}^{20}C_{10}$

$2({}^{20}C_0 + {}^{20}C_1 + {}^{20}C_2 + {}^{20}C_3 + \dots + {}^{20}C_{10}) = 2^{20} + {}^{20}C_{10}$

$^{20}C_0 + {}^{20}C_1 + {}^{20}C_2 + {}^{20}C_3 + \dots + {}^{20}C_{10} = \frac{2^{20} + {}^{20}C_{10}}{2}$

Put $x = 1$

$2^n = {}^nC_0 + {}^nC_1 + {}^nC_2 + \dots + {}^nC_n$ —(1)

Put $x = -1$

$0 = {}^nC_0 - {}^nC_1 + {}^nC_2 - {}^nC_3 + \dots + (-1)^n\,{}^nC_n$ —(2)

समी (1) + समी (2)

$2^n = 2({}^nC_0 + {}^nC_2 + {}^nC_4 + \dots)$

$2^{n-1} = {}^nC_0 + {}^nC_2 + {}^nC_4 + \dots$

समी (1) - समी (2)

$2^{n-1} = {}^nC_1 + {}^nC_3 + {}^nC_5 + \dots$

* $(1+x)^n = {}^nC_0 + {}^nC_1x + \dots + {}^nC_nx^n$ —(A)
* $(x+1)^n = {}^nC_0x^n + {}^nC_1x^{n-1} + \dots + {}^nC_{n-1}x + {}^nC_n$ —(B)

A×B

$(1+x)^{2n} = ({}^nC_0 + {}^nC_1x + {}^nC_2x^2 + \dots + {}^nC_nx^n)({}^nC_0x^n + {}^nC_1x^{n-1} + \dots + {}^nC_n)$

दोनों पक्षो से x^n, x^{n-1}, x^{n-2} के गुणांकों की तुलना करने पर

${}^{2n}C_n = C_0^2 + C_1^2 + C_2^2 + C_3^2 + \dots + C_n^2$ [x^n का गुणांक]

${}^{2n}C_{n-1} = C_0C_1 + C_1C_2 + C_2C_3 + \dots + C_{n-1}C_n$ [x^{n-1} का गुणांक]

${}^{2n}C_{n-2} = C_0C_2 + C_1C_3 + C_2C_4 + \dots + C_{n-2}C_n$

Q. $C_1 + 2\,{}^nC_2 + 3\,{}^nC_3 + \dots + n\cdot{}^nC_n = ?$

(i) 2^n (ii) $n\cdot 2^n$ $T_{r+1} = {}^{2y}C_r x^r$

(iii) $n\cdot 2^{n-1}$ ✓ (iv) $n\,2^{n+1}$

Ans $C_1 + 2\cdot{}^2C_2 + 3\,{}^3C_3$

Q. $\frac{C_1}{C_0} + \frac{2C_2}{C_1} + \frac{3C_3}{C_2} + \dots + \frac{n\cdot C_n}{C_{n-1}}$

(i) $\frac{n(n-1)}{2}$ (ii) $\frac{n(n+2)}{2}$

(iii) $\frac{n(n+1)}{2}$ ✓ (iv) $\frac{(n-1)(n-2)}{2}$

(Q) $C_0 + 2\cdot C_1 + 3C_2 + \dots + (1+n)C_n = ?$

(i) $(n+2)2^{n-1}$ ✓ (ii) $(n+1)2^n$

(iii) $(n+1)2^{n-1}$ (iv) $(n+2)2^n$

* $C_0^2 + C_1^2 + C_2^2 + \dots + C_n^2 = \begin{cases} 0, \text{ जब } n \text{ विषम हो} \\ (-1)^{n/2}\cdot{}^nC_{n/2} \text{ जब } n \text{ सम हो} \end{cases}$

* $(1+x)^n = C_0 + C_1x + C_2x^2 + \dots + C_nx^n$ —(A)

समी (A) का x का अवकलन करने पर

$n(1+x)^{n-1} = C_1 + 2xC_2 + 3x^2C_3 + \dots + nx^{n-1}C_n$ —(B)

$n\,2^{n-1} = C_1 + 2C_2 + 3C_3 + \dots + nC_n$ [$x = 1$ रखने पर]

~~x=1 रखने पर~~ $2^n = C_0 + C_1 + C_2 + \dots$

$C_0 + 2C_1 + 3C_2 + 4C_3 + \dots + (n+1)C_n = n\times 2^{n-1} + 2^{n-1}\times 2$

$= (n+2)\times 2^{n-1}$

$x = -1$ रखने

$0 = C_1 - 2C_2 + 3C_3 - 4C_4 + \dots + (-1)^{n-1}\,n\times C_n$

* $(1+x)^n = C_0 + C_1x + C_2x^2 + \dots + C_nx^n$ —(A)

समी (A) के दोनों पक्षो का सीमा 0 से 1 तक समाकलन करने पर

$\int_0^1 (1+x)^n dx = \int_0^1 C_0\,dx + \int_0^1 C_1x\,dx + \int_0^1 C_2x^2dx + \dots + \int_0^1 C_nx^ndx$

$\left[\frac{(1+x)^{n+1}}{n+1}\right]_0^1 = C_0[x]_0^1 + \frac{C_1}{2}[x^2]_0^1 + \frac{C_2}{3}[x^3]_0^1 + \dots + \frac{C_n}{n+1}[x^{n+1}]_0^1$

$$\boxed{\frac{2^{n+1}-1}{n+1} = C_0 + \frac{C_1}{2} + \frac{C_2}{3} + \dots + \frac{C_n}{n+1}}$$

सीमा -1 से 0 रखने पर

$\left[\frac{(1+x)^{n+1}}{n+1}\right]_{-1}^0 = C_0[x]_{-1}^0 + \frac{C_1}{2}[x^2]_{-1}^0 + \frac{C_2}{3}[x^3]_{-1}^0 + \dots + \frac{C_n}{n+1}[x^{n+1}]_{-1}^0$

$\frac{1}{n+1} = C_0 - \frac{C_1}{2} + \frac{C_2}{3} + \dots (-)(-1)^n\frac{C_n}{n+1}$

Q. $C_0 + 5C_1 + 9C_2 + \cdots + 101\, C_{25} = 2^{25} \times K$ [तब $k = 1$]

Ans $(C_0 + C_1 + C_2 + \cdots + C_{25}) + 4[C_1 + 2C_2 + \cdots + 25\, C_{25}] = 2^{25} \times K$

$2^{25} + 4 \times 25 \times 2^{24} = 2^{25} \times K$

$2^{25}\, [1 + 2 \times 25] = 2^{25} \times K$

$\boxed{K = 51}$

द्विपद का प्रसार करना जब घात भिन्नात्मक या ऋणात्मक हो –
– इस स्थिति में किसी द्विपद का प्रसार करने के लिए प्रथम पद को एक व द्वितीय पद को संख्यात्मक रूप से, से कम करना होगा।
इस स्थिति में प्रसार में पदों की संख्या अनन्त होती है।

$(x+y)^n$ तब $x > y = x^n \left(1 + y/x\right)^n$

$x < y = y^n \left(1 + \frac{x}{y}\right)^n$

* $(1+x)^n = 1 + nx + \frac{n(n-1)}{\lfloor 2} x^2 + \frac{n(n-1)(n-2)}{\lfloor 3} x^3 + \cdots$ ——— (1)

$[\ |x| < 1, \ -1 < x < 1\ ]$

$T_{r+1} = \frac{n(n-1)(n-2)\cdots(n-r+1)\, x^r}{\lfloor r}$

* $(1-x)^n = 1 - nx + \frac{n(n-1)x^2}{\lfloor 2} - \frac{n(n-1)(n-2)x^3}{\lfloor 3} + \cdots$ ——— (2)

$T_{r+1} = \frac{(-1)^r\, n(n-1)(n-2) \cdots (n-r+1)x^r}{\lfloor r}$

समी. (1) में $n = -n$ रखने पर

$(1+x)^{-n} = 1 - nx + \frac{n(n+1)x^2}{\lfloor 2} - \frac{n(n+1)(n+2)x^3}{\lfloor 3} + \cdots$ ——— (3)

$T_{r+1} = \frac{(-1)^r\, n(n+1)(n+2) + \cdots (n+r-1)\, x^r}{\lfloor r}$

समी. (3) में x के स्थान पर $(-x)$ रखने पर

$(1-x)^{-n} = 1 + nx + \frac{n(n+1)}{\lfloor 2} x^2 + \frac{n(n+1)(n+2)}{\lfloor 3} x^3 + \cdots$

$T_{r+1} = \frac{n(n+1)(n+2) \cdots (n+r-1)\, x^r}{\lfloor r}$

$(1+x)^{-1} = 1 - x + \frac{1(1+1)x^2}{\lfloor 2} - \frac{1(1+1)(1+2)x^3}{\lfloor 3} + \cdots$

$= 1 - x + \frac{x^2}{\lfloor 2} - \frac{6x^3}{\lfloor 3} + \cdots$

$= 1 - x + x^2 - x^3 + \cdots$

$(1-x)^{-2} = 1 + 2x + \frac{2(2+1)}{\lfloor 2} x^2 + \frac{2(2+1)(2+2)}{\lfloor 3} x^3 + \cdots$

$(1-x)^{-2} = 1 + 2x + 3x^2 + 4x^3 + \cdots$

$(1-x)^{-1} = 1 + x + \frac{1(1+1)}{\lfloor 2} x^2 + \frac{1(1+1)(1+2)}{\lfloor 3} x^3 + \cdots$

$= 1 + x + x^2 + x^3 + \cdots$

Q. $(3+2x)^{50}$ के प्रसार में महत्तम पद है जहाँ $x = 1/5$

Ans $p = \frac{n+1}{1 + \left|\frac{a}{x}\right|} = \frac{51}{1 + \left|\frac{3}{2x}\right|} = \frac{51}{1 + \left|\frac{3}{2x}\right|} = 6$

अतः T_6 व T_7 महत्तम पद होगा।

Q $(2+3x)^9$ के प्रसार में जब $x = 3/2$ ले तो संख्यात्मक सबसे बड़ा पद,

Ans $p = \frac{9+1}{1 + \left(\frac{2 \times 2}{3 \times 3}\right)} = \frac{10}{1 + \frac{4}{9}} = \frac{9 \times 10}{13} = \frac{90}{13} = 6.9 = 6$

अतः $[T_{6+1} = 7$ वां पद

$(a+x)^n$ में सबसे बड़ा पद होगा

$$p = \frac{n+1}{1+\left|\frac{a}{x}\right|} = m \text{ (पूर्णांक)}$$

(i) m पूर्णांक है तो T_m व T_{m+1} संख्यात्मक रूप से महत्तम पद होंगे

(ii) m पूर्णांक नहीं हो तो $T_{[m]+1}$ वाँ पद महत्तम होगा संख्यात्मक रूप से

②

Q.30 $(1+x-2x^2)^6 = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{12}x^{12}$

$a_2 + a_4 + a_6 + \dots + a_{12} = ?$

$x = 1$ रखने

$0 = a_0 + a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{12}$

$x = -1$ रखने पर

$(-2)^6 = a_0 - a_1 + a_2 - a_3 + \dots + a_{12}$

$2^6 = 2a_0 + 2a_2 + 2a_4 + \dots + 2a_{12}$

$2^5 - 1 = a_2 + a_4 + a_6 + \dots + a_{12}$

$31 = a_2 + a_4 + a_6 + a_8 + a_{10} + a_{12}$

Q.32 $(1+x+x^2)^n = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{2n}x^{2n}$

Put $x = 1$

$3^n = a_0 + a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + \dots + a_{2n}$

$x = \omega$

$0 = a_0 + a_1\omega + a_2\omega^2 + a_3\omega^3 + \dots + a_{2n}\omega^{2n}$

$x = \omega^2$

$0 = a_0 + a_1\omega^2 + a_2\omega^4 + a_3\omega^6 + \dots + a_{2n}\omega^{4n}$

$3^n = 3a_0 + 3a_3 + 3a_6 + \dots$

$3^{n-1} = a_0 + a_3 + a_6 + \dots$

①

Q.56 $$\frac{\sqrt{1+x} + \sqrt[3]{(1-x)^2}}{1+x+\sqrt{1+x}} = \frac{(1+x)^{1/2} + (1-x)^{2/3}}{1+x+(1+x)^{1/2}}$$

$$= \frac{1 + \frac{1}{2}x + 1 - \frac{2}{3}x}{1+x+1+\frac{1}{2}x} = \frac{2 - \frac{x}{6}}{2 + \frac{3}{2}x} = \left(1-\frac{x}{12}\right)\left(1+\frac{3}{4}x\right)^{-1}$$

$$= \left(1-\frac{x}{12}\right)\left(1-\frac{3}{4}x\right) = 1 - \frac{3x}{4} - \frac{x}{12} + \frac{x}{12}\times\frac{3}{4}x$$

x^2 = बहुत कम है according to Ques

$= 1 - \frac{5}{6}x$ Ans

Q.60 $$\frac{\left(1+\frac{3x}{4}\right)^{-4}\sqrt{16-3x}}{(8+x)^{2/3}} = P + Qx$$

$$\frac{\left(1+\frac{3}{4}x\right)^{-4}(16-3x)^{1/2}}{(8+x)^{2/3}} = \frac{(1-3x)4\left(1-\frac{3}{32}x\right)}{4\left(1+\frac{x}{12}\right)}$$

$$\frac{1 - \frac{3}{32}x - 3x}{1+\frac{x}{12}} \qquad \left(1-\frac{99x}{32}\right)\left(1-\frac{x}{12}\right)$$

$$= 1 - \frac{x}{12} - \frac{99x}{32}$$

$$1 - \frac{8x - 297x}{96} = 1 - \frac{305x}{96}$$

$$P + Qx = 1 - \frac{305}{96}x$$

$P = 1 \qquad Q = -\frac{305}{96}$

Scanned with CamScanner

(43) यदि d = सम्मिश्र संख्या है

$aC_0 - (a+d)C_1 + (a+2d)C_2 - \dots + \dots$ के (n+1) पदों का योग

$a[C_0 - C_1 + C_2 + C_3 + \dots (-1)^n C_n] - d[C_1 - 2\cdot C_2 + 3\cdot C_3 - 4\cdot C_4 + \dots]$

WKT $C_0 - C_1 + C_2 - C_3 \dots = 0$

$(1+x)^n = {}^nC_0 + {}^nC_1 x + {}^nC_2 x^2 + {}^nC_3 x^3 + \dots$

अवकलन करने पर

$n(1+x)^n = {}^nC_1 + 2\cdot x\,{}^nC_2 + 3\cdot x^2\,{}^nC_3 + \dots$

$x = -1$ रखने

$0 = {}^nC_1 - 2\,{}^nC_2 + 3\cdot x^2\,{}^nC_3 - \dots$

$a[0] - d[0] = 0$ Ans $[n \neq 1]$

(50) $(1+x)^{15} = C_0 + C_1x + C_2x^2 + C_3x^3 + C_4x^4 \dots + C_{15}x^{15}$

अवकलन करने पर

$15(1+x)^{14} = C_1 + 2C_2x + 3x^2C_3 + 4x^3C_4 + \dots$

$x = 1$ रखने पर

$15\cdot 2^{14} = C_1 + 2C_2 + 3C_3 + 4C_4 + \dots$

$2^{14} = C_0 + C_1 + C_2 + C_3 + C_4 - \dots$

$\cancel{15\cdot 2^{14} = C_0 + C_3 -}$

$2^{15} - 1 = C_1 + C_2 + C_3 + C_4 + \dots$

$15\cdot 2^{14} - (2^{15}-1) = C_2 + 3C_4 + 4C_4 + \dots$

$2^{14}\times 13 + 1 = C_2 + 3C_4 + 4C_4 +$

* बहुपद प्रमेय :-

$(x+y)^n$ का G.T. $T_{r+1} = {}^nC_r x^{n-r} y^r$

$= \dfrac{\lfloor n}{\lfloor n-r \lfloor r} \cdot x^{n-r} y^r$

$= \dfrac{\lfloor n}{\lfloor r_1 \lfloor r_2} x^{r_1} \cdot y^{r_2}$ जहां $r_1 + r_2 = n$

$0 \le r_1, r_2 \le n$ एवं $r_1, r_2 \in W$

$(x+y+z)^n$ का G.T. $= \dfrac{\lfloor n}{\lfloor r_1 \lfloor r_2 \lfloor r_3} x^{r_1} \cdot y^{r_2} \cdot z^{r_3}$

जहां $r_1 + r_2 + r_3 = n$, $0 \le (r_1, r_2, r_3) \le n$

$(x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n)^n$ का G.T.

$= \dfrac{\lfloor n \; (x_1^{r_1} \cdot x_2^{r_2} \cdot x_3^{r_3} \cdot \dots \cdot x_m^{r_m})}{\lfloor r_1 \lfloor r_2 \lfloor r_3 \dots \lfloor r_m}$

जहां $r_1 + r_2 + r_3 + \dots + r_m = n$

$0 \le r_1, r_2, r_3 \dots r_m \le n$

Q $(x+y+z)^9$ के प्रसार मे $x^2y^3z^4$ का गुणांक लिखिए

Ans $\dfrac{\lfloor 9}{\lfloor 2 \lfloor 3 \lfloor 4}$

Q $(bc + ca + ab)^8$ के प्रसार मे $a^5b^4c^7$ का गुणांक

Ans का G.T. $= \dfrac{\lfloor 8}{\lfloor r_1 \lfloor r_2 \lfloor r_3} (bc)^{r_1} \cdot (ca)^{r_2} \cdot (ab)^{r_3}$

$\dfrac{\lfloor 8}{\lfloor r_1 \lfloor r_2 \lfloor r_3} a^{r_2+r_3} \cdot b^{r_1+r_3} \cdot c^{r_1+r_2}$

$r_1 + r_2 + r_3 + r_4 = 8$ $r_2 + r_3 = 5$ $r_1 + r_3 = 4$ $r_1 + r_2 = 7$

$r_1 = 3$; $r_2 = 4$, $r_3 = 1$

$\dfrac{\lfloor 8}{\lfloor 3 \lfloor 4 \lfloor 1}$

Scanned with CamScanner