3) If $\begin{bmatrix}1 & 1\\ 0 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & 2\\ 0 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & 3\\ 0 & 1\end{bmatrix}\cdots\cdots\begin{bmatrix}1 & n-1\\ 0 & 1\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}1 & 78\\ 0 & 1\end{bmatrix}$ then the inverse of $\begin{bmatrix}1 & n\\ 0 & 1\end{bmatrix}$ is:

[Main April 09, 2019 (II)]

(a) $\begin{bmatrix}1 & 0\\ 12 & 1\end{bmatrix}$ (b) $\begin{bmatrix}1 & -13\\ 0 & 1\end{bmatrix}$ (c) $\begin{bmatrix}1 & -12\\ 0 & 1\end{bmatrix}$ (d) $\begin{bmatrix}1 & 0\\ 13 & 1\end{bmatrix}$

solution: (b)

$$\begin{bmatrix}1 & 1\\ 0 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & 2\\ 0 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & 3\\ 0 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & 4\\ 0 & 1\end{bmatrix}\cdots\begin{bmatrix}1 & n-1\\ 0 & 1\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}1 & 78\\ 0 & 1\end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix}1 & 1+2+3+\dots+(n-1)\\ 0 & 1\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}1 & 78\\ 0 & 1\end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \frac{(n-1)n}{2} = 78 \Rightarrow n^2-n-156 = 0$$

$$\Rightarrow n = 13$$

Now, the matrix $\begin{bmatrix}1 & n\\ 0 & 1\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}1 & 13\\ 0 & 1\end{bmatrix}$