(5) $\lim_{x\to 0} \dfrac{1-\cos(1-\cos x)}{\sin^4 x}$

Sol^n: $\lim_{x\to 0} \dfrac{1-\cos\left(2\sin^2\frac{x}{2}\right)}{\sin^4 x}$

$= \lim_{x\to 0} \dfrac{2\sin^2\left(\sin^2\frac{x}{2}\right)}{\frac{\sin^4 x}{x^4}\cdot x^4}$

$= \lim_{x\to 0} \dfrac{2\sin^2\left(\sin^2\frac{x}{2}\right)\Big/ x^4}{\frac{\sin^4 x}{x^4}}$

$= \lim_{x\to 0} \dfrac{\frac{2}{16}\sin\left(\sin^2\frac{x}{2}\right)\cdot \sin\left(\sin^2\frac{x}{2}\right)\cdot \sin^4\frac{x}{2}}{\sin^2\frac{x}{2}\cdot \sin^2\frac{x}{2}\cdot \left(\frac{x}{2}\right)^4}$

$= \dfrac{2}{16}$

$= \dfrac{1}{8}$