Date : __/__/____

MON TUE WED THU FRI SAT SUN

Subject _____

समुच्चय तथा संबंध (Sets and Relation)

परिभाषा :-

वह अवयवों का सुपरिभाषित समूह होता है

Ex :- $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ अभाज्य संख्याओं का समुच्चय

① समुच्चय में अवयवों के क्रम का महत्व नहीं होता है,
② एक ही अवयव की पुनरावर्ति का महत्व नहीं होता है,
③ समुच्चय को दो प्रकार से व्यक्त किया जा सकता है

→ $A = \{1, X, 2, 3, 4\}$

→ ① रोस्टर विधि

$A = \{2, 3, 5, 7\}$

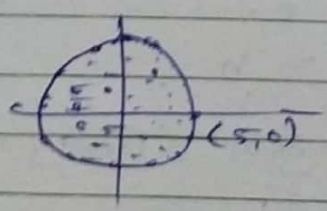
② समुच्चय निर्माण विधि (Set Builder Method)

$A = \{x / \text{Property of } x\}$

$A = \{x / 'x' \text{ एक अंक की अभाज्य संख्या है}\}$

Ex :- $A = \{(x, y) / x^2 + y^2 \leq 25\}$

$x^2 + y^2 \leq 25$



Scanned with CamScanner

Subject

MON TUE WED THU FRI SAT SUN

उपसमुच्चय (Subset) :-

समुच्चय 'B' 'A' का उपसमुच्चय कहलाता है यदि B का प्रत्येक अवयव A का सदस्य है,

$A = \{1,2,3,4,5\}$
$B = \{1\}$ ✓
$B = \{1,2,4\}$ ✓
$B = \{2,5\}$ ✓
$B = \{-1,1,2\}$ ✗

$A = \{1,2,3\}$

$B = \{1\}$	$B = \{1,3\}$
$B = \{2\}$	$B = \{2,3\}$
$B = \{3\}$	$B = \{1,2,3\}$
$B = \{1,2\}$	$B = \{\} = \phi$

कुल उपसमुच्चय $= 2^3$
$= 8$ Ans

1) प्रत्येक समुच्चय स्वयं का उपसमुच्चय होता है,
2) रिक्त समुच्चय प्रत्येक समुच्चय का उपसमुच्चय होता है।
3) यदि A में 'n' अवयव है तो इसके कुल उपसमुच्चयों की संख्या 2^n होती है।

$A = \{\ldots\ldots\}$
$n(A) = n$

A के कुल उपसमुच्चय $= 2^n$

Proof :- $A = \{e_1, e_2, e_3, \ldots\ldots, e_n\}$

total subset $= {}^nC_0 + {}^nC_1 + {}^nC_2 + \ldots\ldots + {}^nC_n$
$= 2^n$

Teacher's Singnature

Date : __/__/____

Subject

MON TUE WED THU FRI SAT SUN

$(1+x)^n = {}^nC_0(1)^n.(x)^0 + {}^nC_1(1)^{n-1}(x)^1 + \ldots\ldots + {}^nC_n(x)^0(x)^n$
Put $x = 1$
$2^n = {}^nC_0 + {}^nC_1 + {}^nC_2 + \ldots\ldots + {}^nC_n$

समुच्चयों का कार्तीय गुणनफल :-

$A = \{1,2,3\}$
$B = \{a,b\}$

$A \times B = \{(p,q) / p \in A \text{ और } q \in B\}$

$A \times B = \{(1,a),(1,b),(2,a),(2,b),(3,a),(3,b)\}$

क्रमित युग्म (ordered Pair)
$(a,b) = (2,3)$
$a = 2$ और $b = 3$
$\{a,b\} = \{2,3\}$
$a = 2$ or $a = 3$
$b = 2$ or $b = 3$

$B \times A = \{(a,1),(a,2),(a,3),(b,1),(b,2),(b,3)\}$

$A \times B \neq B \times A$

$n(A) = m$
$n(B) = n$
$n(A \times B) = m \times n$
$n(B \times A) = n \times m$

संबंध (Relation) :-

$A \times B$ का कोई भी उपसमुच्चय A से B में एक संबंध कहलाता है।

$A = \{1,2,3\}$
$B = \{p,q\}$
$A \times B = \{(1,p),(1,q),(2,p),(2,q),(3,p),(3,q)\}$
$R = \{(1,p)\}$ ✓

Scanned with CamScanner

$R = \{(1,P), (2,P)\}$ ✓

$R = A \times B$ ✓

$R = \{\}$ ✓

$R = \{5, P\}$ ✗

Ex: ① $A = \{1,2,3,4\}$

$B = \{1,2,3\}$

$a \in A$, $b \in B$

$R : A \to B$ $\quad aRb \Rightarrow a+b>5$

or

$A = \{1,2,3,4\}$

$B = \{1,2,3\}$

$R = \{(a,b) / a \in A, b \in B \text{ & } a+b>5\}$

Ans. $R = \{(3,3), (4,2), (4,3)\}$

② $A = \{1,2,3,4\}$

$B = \{1,2,3\}$

$R = \{(a,b) / a \in A, b \in B, a+b = \text{even}\}$

Ans $R = \{(1,1), (1,3), (2,2), (3,1), (3,3), (4,2)\}$

संबंध का प्रान्त तथा परिसर :—

1) प्रान्त :— संबंध के क्रमित युग्मों के पहले अवयवों से बना समुच्चय।

$R = \{(1,1), (1,3), (2,2), (3,1), (3,3), (4,2)\}$

$\text{Dom } R = \{1,2,3,4\}$

Teacher's Singnature .....

2) परिसर :— संबंध के क्रमित युग्मों के द्वितीय अवयवों से बना समुच्चय।

$R_R = \{1,3,2\}$

★★ कुछ महत्त्वपूर्ण संबंध :—

$A = \{1,2,3\}$

$B = \{P,Q\}$

$A \times B = \{(1,P), (1,Q), (2,P), (2,Q), (3,P), (3,Q)\}$

$R = \{\}$

$R = A \times B$

1) रिक्त संबंध (Empty Relation) :— A का कोई भी अवयव B से संबंधित नहीं है।

$R = \{\}$

2) सार्वत्रिक संबंध (Universal Relation) :— यदि A का प्रत्येक अवयव B के प्रत्येक अवयव से संबंधित हो।

$R = A \times B$

3) संबंध का प्रतिलोम (Inverse of Relation) :— यदि संबंध के क्रमित युग्मों के अवयवों को परस्पर बदल दिया जाये तो संबंध का प्रतिलोम प्राप्त होता है।

संबंध R के प्रतिलोम को R^{-1} से निरूपित किया जाता है।

$R = \{(1,a), (2,b), (3,c)\}$

$R^{-1} = \{(a,1), (b,2), (c,3)\}$

Teacher's Singnature .....

Scanned with CamScanner

Date : __/__/____

Subject _____

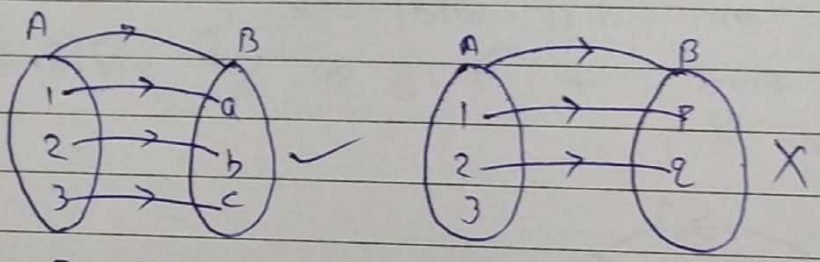
MON TUE WED THU FRI SAT SUN

~~☆☆~~ function ~~☆☆~~

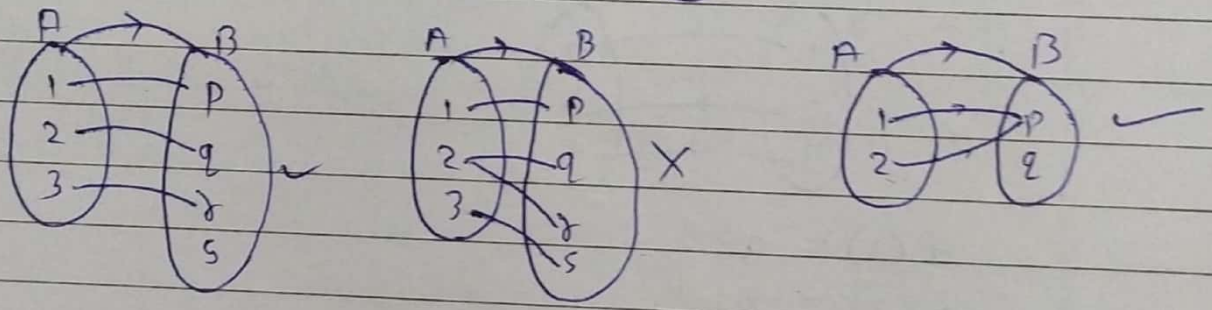
(फलन)

परिभाषा :-

फलन समुच्चय A से समुच्चय B में एक संबंध होता है इस प्रकार कि इसमें A का प्रत्येक अवयव B के ठीक एक ही अवयव से संबंधित होता है।



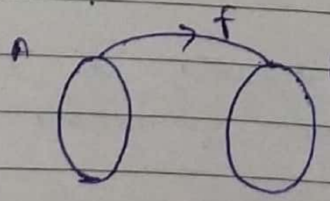
A का प्रत्येक अवयव B के ठीक एक अवयव से



अन्य परिभाषा :—

फलन f समुच्चय A से B में एक नियम या चित्रण होता है जिससे A का प्रत्येक अवयव B के ठीक एक अवयव से जुड़ा होता है।

Rule / Mapping



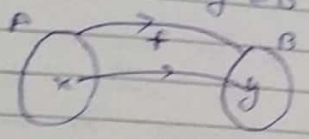
$f : A \to B$

$A \xrightarrow{f} B$

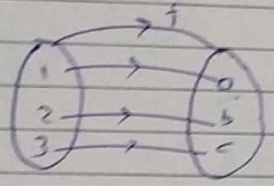
Teacher's Singnature .....

Scanned with CamScanner

$x \in A$ $y \in B$



y को फलन f में x का प्रतिबिम्ब (Image) या मान कहा जाता है।
x को फलन f में y का पूर्व प्रतिबिम्ब (Preimage) कहा जाता है।



$f(1) = a$
$f(2) = b$
$f(3) = c$

** प्रान्त, सहप्रान्त तथा परिसर :-

$f: A \to B$
A = प्रान्त (Domain)
B = सहप्रान्त (CoDomain)

परिसर (Range) :-
यह सहप्रान्त के उन अवयवों का उपसमुच्चय है जिनका पूर्वप्रतिबिम्ब विद्यमान है।

प्रान्त = A = {1, 2, 3}
सहप्रान्त = B = {P, Q, R, S}
परिसर = {P, Q, S}

Range & Codomain

** $f(x) = \frac{1}{x}$

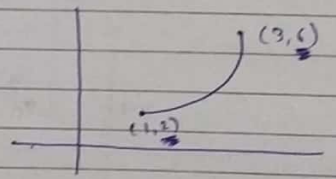
Domain = $R - \{0\}$

* $f: R \to R$ $f(x) = \frac{1}{x}$
~~$x \neq 0$~~ प्रान्त = R

$f(x) = \sqrt{x-4}$
$x - 4 \geq 0$
प्रान्त: $x \geq 4$

→ Note:- यदि केवल फलन की परिभाषा दी गयी है तो प्रान्त वह के उन मानों का समुच्चय लेते हैं जिन पर फलन परिभाषित होता है।

**



Range = [2, 6]

Note:- एक सतत फलन का परिसर फलन के न्यूनतम मान से अधिकतम मान तक होता है।

*** Type of function (फलनों के प्रकार) :-

① एक समान परिभाषित फलन :-
(Uniformly Defined function)

$f(x) = x^2$

Scanned with CamScanner

Date : __/__/____

Subject _____

MON TUE WED THU FRI SAT SUN

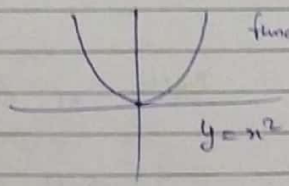
2) असमान रूप से परिभाषित कलन :—

(Non-uniformly Defined function)

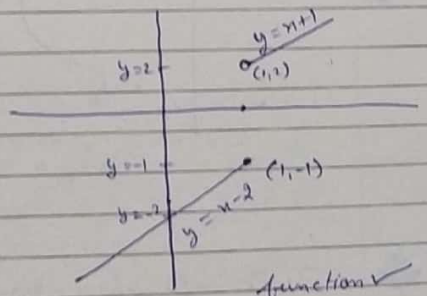
$$f(x) = \begin{cases} x^2 & : x > 1 \\ x+2 & : x \leq 1 \end{cases}$$

** कलन का ग्राफीय निरूपण :—

1) $f(x) = x^2$



2) $f(x) = \begin{cases} x+1 & : x > 1 \\ x-2 & : x \leq 1 \end{cases}$



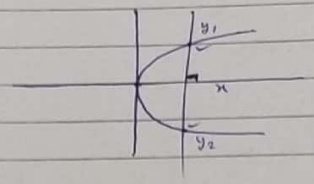
* Vertical Line Test :— यदि एक ऊर्ध्वाधर रेखा ग्राफ को एक से ज्यादा जगह काटती है तो वह ग्राफ एक कलन को निरूपित नहीं कर सकता है।

Teacher's Singnature .....

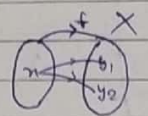
Date : __/__/____

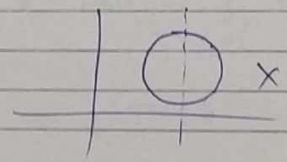
Subject _____

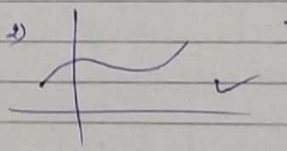
MON TUE WED THU FRI SAT SUN

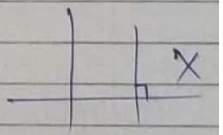


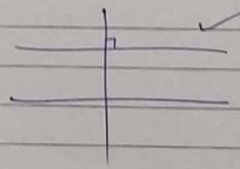
Reason :—

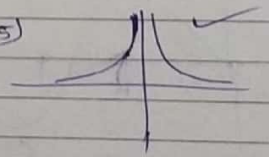


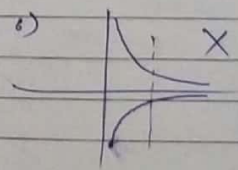
Ex: 1) 

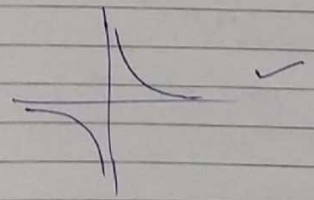
2) 

3) 

4) 

5) 

6) 

7) 

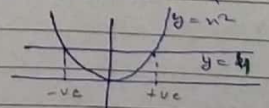
(Q 1) $x^2 = 4$ के कितने हल हैं?

Ans $x = \pm 2$

No. of Solutions = 2

(वैकल्पिक) ⇒ $y = x^2$

$y = 4$



Teacher's Singnature .....

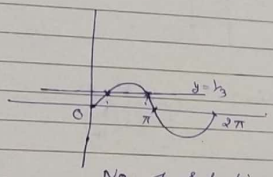
Scanned with CamScanner

2) $\sin x = \frac{1}{3}$

$x \in [0, 2\pi]$

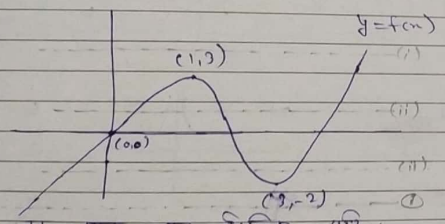
Ans $y = \sin x$

$y = \frac{1}{3}$



No. of Solution = 2

Q. Phm



k का मान ज्ञात कीजिए यदि :—

(i) $f(x) = k$, का ठीक एक हल है।

Ans. $y = f(x)$

$y = k$

$\therefore k \in (-\infty, -2) \cup (3, \infty)$

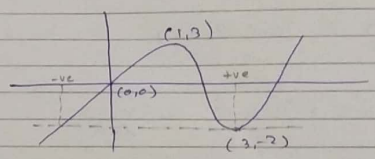
(ii) $f(x) = k$, के ठीक तीन हल हैं।

Ans $k \in (-2, 3)$

Teacher's Singnature

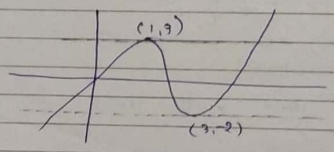
(iii) $f(x) = k$, का एक धनात्मक तथा एक ऋणात्मक हल है।

Ans



$\therefore \boxed{k = -2}$

(iv) $f(x) = k$, के ठीक दो हल हैं।



$\therefore k \in \{3, -2\}$

फलनों का बीजगणित :—

	$f(x)$	$g(x)$
	D_f	D_g

1) $f(x) \pm g(x)$ $\quad D = D_f \cap D_g$

2) $f(x) \cdot g(x)$ $\quad D = D_f \cap D_g$

3) $\frac{f(x)}{g(x)}$ $\quad D = (D_f \cap D_g) - \{x / g(x) = 0\}$

Teacher's Singnature

Scanned with CamScanner

Subject

MON TUE WED THU FRI SAT SUN

Ex: $h(x) = \frac{x^2 \to R}{x-4 \to R}$

$h(x) \Rightarrow D = R - \{4\}$

Ex: $f(x) = \sqrt{x-4} + \frac{1}{x} + \frac{x-2}{\ln x}$

$x-4 \geq 0 \Rightarrow x \geq 4$ | $\Rightarrow R - \{0\}$ | $\Rightarrow x > 0, x \neq 1$

$\therefore x \in [4, \infty)$

Ans प्रश्न हमेशा करते समय केलकुलेटर को कभी नहीं करना चाहिए।

1) $f(x) = \frac{x^2-4}{x-2}$

Ans $D_f = R - \{2\}$ ✓

~~$f(x) = \frac{(x-2)(x+2)}{(x-2)}$~~

~~$f(x) = x+2$~~

~~$D_f = R$~~

2) $f(x) = \ln(x^2)$

$D_f \Rightarrow x \in R - \{0\}$ ✓

$f(x) = 2\ln x$

$D_f \Rightarrow (0, \infty)$ ✗

$f(x) = ?$

Teacher's Signature

Subject

MON TUE WED THU FRI SAT SUN

Ans मानक फलनों के प्रकार :-

1) त्रिकोणमितीय फलन :-

function	Domain	Range
$\sin x$	R	$[-1, 1]$
$\cos x$	R	$[-1, 1]$
$\tan x$	$R - (2n+1)\frac{\pi}{2}$	R
$\cot x$	$R - n\pi$	R
$\sec x$	$R - (2n+1)\frac{\pi}{2}$	$(-\infty, -1] \cup [1, \infty)$
$\operatorname{cosec} x$	$R - n\pi$	$(-\infty, -1] \cup [1, \infty)$

Q. प्रान्त ज्ञात कीजिए :

(1) $f(x) = \sin(\sqrt{x})$

Ans $x \geq 0$

(2) $f(x) = \cos\left(\frac{1}{x}\right)$

Ans $x \in R - \{0\}$

(3) $f(x) = \cot\left(2x - \frac{\pi}{4}\right)$

Ans $2x - \frac{\pi}{4} \neq n\pi$

$x = \frac{1}{2}\left(\frac{\pi}{4} + n\pi\right)$

$\therefore x \in R - \left\{\frac{\pi}{8} + \frac{n\pi}{2}\right\}$

(4) $f(x) = \frac{1}{\operatorname{cosec} x}$

Ans $x \in R - n\pi$ ✓

~~$f(x) = \frac{1}{\operatorname{cosec} x}$~~

~~$= \sin x$~~

~~$x \in R$~~

(5) $f(x) = \frac{1}{\tan x}$

$x \in R - \left\{(2n+1)\frac{\pi}{2}, n\pi\right\}$

$\therefore \tan x \neq 0$

$\therefore x \neq n\pi$

(6) $f(x) = \sqrt{2\sin x - 1}$

$2\sin x - 1 \geq 0$

$\sin x \geq \frac{1}{2}$

Teacher's Signature

Scanned with CamScanner

$\therefore x \in \left[\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}\right]$

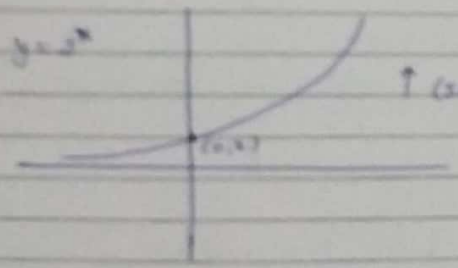
$x \in \left[2n\pi + \frac{\pi}{6}, 2n\pi + \frac{5\pi}{6}\right]$

(8) घातांकीय फलन (Exponential Function) :-

$f(x) = a^x$ $\quad a>0$ और $a \neq 1$

$x \in R$

Case-I :- $a > 1$

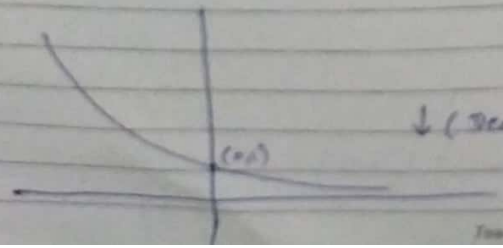


$y = a^x$

$x \to \infty \quad y \to \infty$

$x \to -\infty \quad y \to 0$

Case-II :- $0 < a < 1$



$y = a^x$

$x \to \infty \quad y \to 0$

$x \to -\infty \quad y \to \infty$

(*) घातांकीय असमिका (Exponential Inequality) :-

$a^x > a^y$

$a>1$ $\quad x>y$

$0<a<1$ $\quad x<y$

$x>y$

$a>1$ $\quad 0<a<1$

$a^x > a^y$ $\quad a^x < a^y$

(*) प्रान्त = R

परिसर = $(0, \infty)$

निम्न के प्रान्त ज्ञात करो :

(1) $f(x) = \sqrt{2^x - 8}$

Ans. $2^x - 8 \geq 0$

$2^x \geq 8$

$2^x \geq (2)^3$

$x \geq 3$

(2) $f(x) = \sqrt{9 - 3^x}$

$9 - 3^x \geq 0$

$9 \geq 3^x$

$3^2 \geq 3^x$

$2 \geq x$

$\therefore x \leq 2$

$\sqrt{-x}$

$\frac{1}{0} x$

∞x

$\sqrt{0} =$

(3) $f(x) = e^{\frac{1}{x}}$

प्रान्त = $R - \{0\}$

(4) $f(x) = e^{\tan x}$

प्रान्त = $R - (2n+1)\frac{\pi}{2}$

Teacher's Signature

Teacher's Signature

Scanned with CamScanner

(5) $f(x) = x^x$

$f(x) = e^{x \ln x}$

$\therefore$ प्रान्त $= (0, \infty)$

$\left[e^{\log_e N} = N \right]$

$= x^x$

$= e^{\log_e x^x}$

$= e^{x \log_e x}$

$= e^{x \ln x}$

6) $f(x) = \dfrac{1}{3^x - 9}$

$3^x - 9 \neq 0$

$x \neq 2$

$\therefore x \in R - \{2\}$

(7) लघुगणकीय फलन (Logarithm function) :-

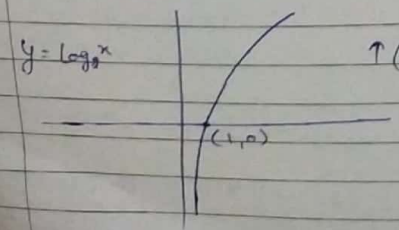
$f(x) = \log_a x$

$a \neq 1$ & $a > 0$

$x \in (0, \infty)$

Case - I

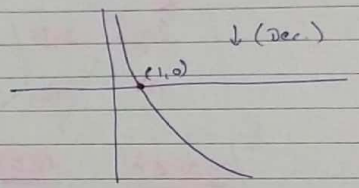
$a > 1$



$x \to \infty$ $y \to \infty$

Case - II

$0 < a < 1$



$x \to \infty$ $y \to -\infty$

$x \to 0^+$ $y \to \infty$

$\Rightarrow$ प्रान्त $= (0, \infty)$

परिसर $= (-\infty, \infty)$

* log Inequalities (लघुगणकीय असमिकाएँ) :-

$\log_a m > \log_a N$

$a > 1$ $0 < a < 1$

$m > N > 0$ $N > m > 0$

$m > N$ $(m, N \to +ve)$

$a > 1$ $0 < a < 1$

$\log_a M > \log_a N$ $\log_a m < \log_a N$

Teacher's Singnature .....

Scanned with CamScanner

Q. निम्न का प्रान्त ज्ञात कीजिए।

① $f(x) = \sqrt{2 - \log_3 x}$

Ans $2 - \log_3 x \geq 0$

$\log_3 x \leq 2$

$0 < x \leq (3)^2$

$0 < x \leq 9$

$\therefore 0 < x \leq 9$

$\log_a N \leq P$ | $\log_a N = P$

$a > 1$ | $0 < a < 1$

$0 < N \leq a^P$ | $N \geq a^P$

② $f(x) = \log_9 (9 - 3x)$

Ans $9 - 3x > 0$

$3x < 9$

$x < 3$

③ $f(x) = e^{\ln e^x}$

Ans $y = x$ ✗ $\quad y = e^{\ln e^x}$

$x \in R$ $\quad \therefore x \in (0, \infty)$

④ $f(x) = \frac{1}{\ln x}$

Ans $x \in (0, \infty) - \{1\}$

⑤ $f(x) = \log_x (x+2)$

$x > 0, x \neq 1$ | $x + 2 > 0$

$x > -2$

Ans $\therefore x \in (0, \infty) - \{1\}$ ← ∩

Teacher's Singnature .....

⑥ $f(x) = \log_9 x + \sqrt{3 - x}$

$x > 0$ | $3 - x \geq 0$

$x \leq 3$

$\therefore x \in (0, 3]$

④ बहुपदीय फलन (Polynomial Function) :-

मानक रूप :-

$f(x) = a_0 x^n + a_1 x^{n-1} + a_2 x^{n-2} + \cdots + a_{n-1} x + a_n$

चर की घातें अऋणात्मक पूर्णांक हैं।

1) Ex.- $f(x) = x^2 + x^3$ ✓

$f(x) = x^2 + \frac{1}{x^2}$

$= x^2 + x^{-2}$ ✗

$f(x) = x^2 + x^{3/2}$ ✗

2) चर की अधिकतम घात बहुपद की घात कहलाती है।

$f(x) = x^2 + 2x^5 + 4$

Degree (घात) = 5

3) अधिकतम घात के गुणांक को अग्रणी गुणांक (leading coefficient) कहा जाता है।

$f(x) = x^2 + 2x^5 + 4$

अग्रणी गुणांक = 2

Teacher's Singnature .....

Scanned with CamScanner

4) a_n को नियतांक / निरपेक्ष या x रहित पद कहा जाता है।

5) x का वह मान जहाँ पर $f(x)$ का मान शून्य होता है बहुपद का एक शून्य कहा जाता है।

$f(x) = x^2 - 4$

$x = 2$ (zero)

$= 4 - 4 = 0$

Example:-

1) रेखीय बहुपद (Linear Polynomial)

$f(x) = ax + b \quad a \neq 0$

2) द्विघातीय बहुपद

$f(x) = ax^2 + bx + c \quad ; \quad a \neq 0$

3) त्रिघातीय बहुपद (Cubic - Polynomial)

$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d \quad ; \quad a \neq 0$

रेखीय विषम बहुपद (Linear odd Poly.):-

$\boxed{f(x) = ax}$

① बहुपदीय फलनों का प्रान्त R होता है।

② बहुपदीय फलनों का ग्राफ सतत होता है।

③ विषम घातीय बहुपदों का परिसर R होता है।

Ex: $f(x) = x^3 + x^2 + 2$

Domain $= (-\infty, \infty)$

Teacher's Singnature .....

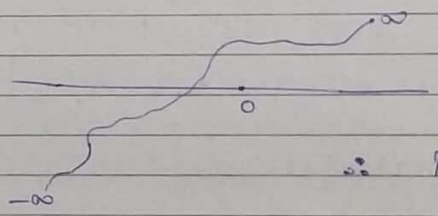
$f(x) = y = x^3 + x^2 + 2$

$y = x^3 + x^2 + 2$

$y = x^3\left(1 + \frac{1}{x} + \frac{2}{x^3}\right)$

$x \to \infty \quad y \to \infty \quad y = \infty(1 + 0 + 0)$

$x \to -\infty \quad y \to -\infty \quad y = -\infty(1 + 0 + 0)$



∴ Range $= (-\infty, \infty)$

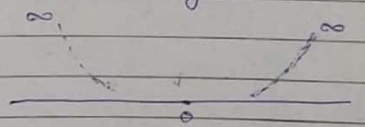
4) सम घातीय बहुपदों का परिसर R का उपसमुच्चय होता है।

$f(x) = x^4 + x^2 + x \quad D = (-\infty, \infty)$

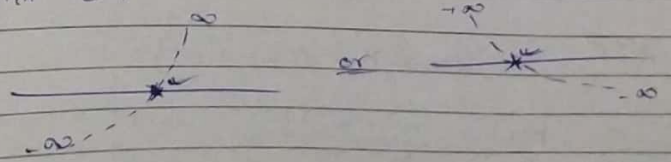
$y = x^4\left(1 + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3}\right)$

$x \to \infty \quad y \to \infty \quad y = \infty(1 + 0 + 0)$

$x \to -\infty \quad y \to \infty \quad y = \infty(1 + 0 + 0)$



5) विषम घातीय बहुपदों का कम से कम एक मूल अवश्य होता है।



Teacher's Singnature .....

Scanned with CamScanner

Subject

MON TUE WED THU FRI SAT SUN

Note:- यदि कोई बहुपदीय फलन निम्न प्रतिबन्ध को संतुष्ट करते है

$$f(x) + f\left(\frac{1}{x}\right) = f(x) \cdot f\left(\frac{1}{x}\right)$$

जहाँ $x \in R - \{0\}$ को संतुष्ट करने वाले फलन

$$f(x) = 1 \pm x^n$$

Q. एक फलन $f(x)$ ज्ञात कीजिए जिसके लिए

$$f(x) + f\left(\frac{1}{x}\right) = f(x) \cdot f\left(\frac{1}{x}\right)$$

तथा $f(2) = 9$

Ans $f(x) = 1 \pm x^n$ (+/− , $n=?$)

$f(2) = 1 \pm 2^n = 9$

+ / $n=3$

$\therefore f(x) = 1 + x^3$ Ans

(5) **परिमेय फलन (Rational function):-**

मानक रूप :-

$$f(x) = \frac{P(x)}{q(x)}$$

$P(x)$ & $q(x)$ बहुपद है।

प्रान्त $= R - \{x / q(x) = 0\}$

Ex:- $f(x) = \frac{x^3 + x^2 + 1}{x^2 - x}$ $\Rightarrow x^2 - x = 0$, $x = 0, x = 1$

Date : __/__/____

Subject

MON TUE WED THU FRI SAT SUN

(6) **बीजगणितीय फलन (Algebric function):-**

⇒ एक फलन f बीजगणितीय फलन कहलाता है यदि यह बहुपदीय फलनों की बीजगणितीय संक्रियाओं जोड़, बाकी, गुणा, भाग या वर्गमूल लेने से बना है

Ex:- $f(x) = x^2 + \sqrt{x}$ ✓

$f(x) = \frac{x^2 + 7x}{x^2 - \sqrt{x}}$ ✓

$f(x) = \sin(x^2) + x$ ✗

$f(x) = \ln(2x+3)$ ✗

$f(x) = e^{x^2} + 2x$ ✗

जो फलन बीजीय नहीं है उन्हे अबीजीय फलन (Transcendental function) कहा जाता है।

Note:- ① a का n वाँ मूल $= \sqrt[n]{a} = (a)^{\frac{1}{n}}$

$n \in N$, $n \neq 2$

Ex:- a का a^{th} मूल $= \sqrt[5]{a} = a^{\frac{1}{5}}$

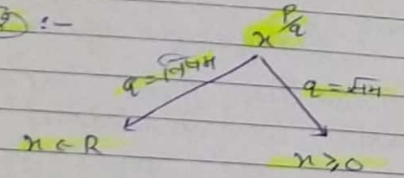
$\Rightarrow a^{\frac{1}{4}} = \sqrt[4]{a}$

$\Rightarrow a^{\frac{3}{4}} = \sqrt[4]{a^3}$

$a^{\frac{3}{4}} = (a^3)^{\frac{1}{4}} = \sqrt[4]{a^3}$

Scanned with CamScanner

Note (2) :-



(P व q पूर्णांक है)

Ex- ज्ञात करो :-

1) $f(x) = (x-1)^{3/5}$

$x-1 \in R \Rightarrow \underline{x \in R}$ q = विषम

2) $f(x) = (x-1)^{3/4}$ q = सम

$x-1 \geq 0$

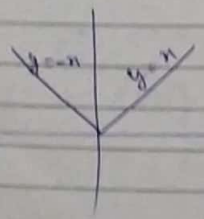
$\therefore \boxed{x \geq 1}$

★(7) मापांक फलन (Modulus Function)

$f(x) = \sqrt{x^2} = |x| =$ x का निरपेक्ष मान

$\rightarrow y = f(x) = |x| = \begin{cases} x & : x \geq 0 \\ -x & : x < 0 \end{cases}$

Graph :-



Domain = R

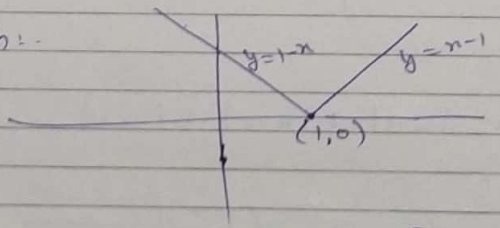
Range = $[0, \infty)$

Ex(1) $f(x) = |x-1|$

$f(x) = \begin{cases} x-1 & : x-1 \geq 0 \\ -(x-1) & : x-1 < 0 \end{cases}$

$\therefore f(x) = y = \begin{cases} x-1 & : x \geq 1 \\ -x+1 & : x < 1 \end{cases}$

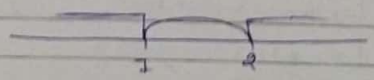
Graph :-



Domain = R

Range = $[0, \infty)$

2) $f(x) = |x-1| + |x-2|$



$f(x) = \begin{cases} (x-1)+(x-2) & : x \geq 2 \\ (x-1)-(x-2) & : 1 < x < 2 \\ -(x-1)-(x-2) & : x \leq 1 \end{cases}$

$y = \begin{cases} 2x-3 & : x \geq 2 \\ 1 & : 1 < x < 2 \\ -2x+3 & : x \leq 1 \end{cases}$

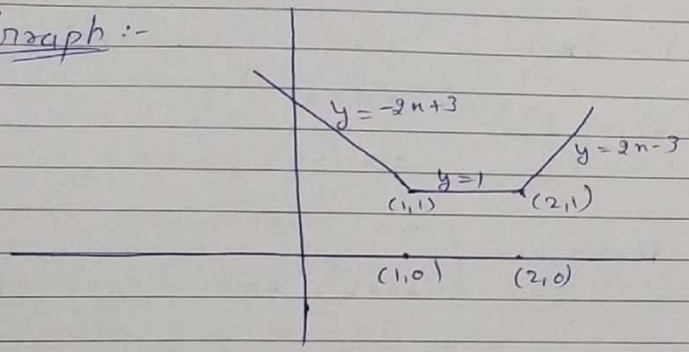
Scanned with CamScanner

Date : __/__/____

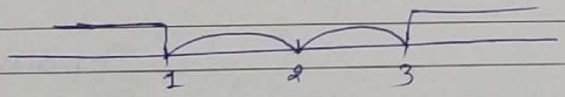
Subject _____

MON TUE WED THU FRI SAT SUN

Graph :-



Q. $f(x) = |x-1| + |x-2| + |x-3|$



$f(x) =$

- ~~$x-1+x-2+x-3$: $x \geq 3$~~
- $x-1+x-2+3-x$: $2 \leq x < 3$
- $x-1-x+2+3-x$: $1 \leq x < 2$
- $-x+1+2-x+3-x$: $x < 1$

$f(x) =$

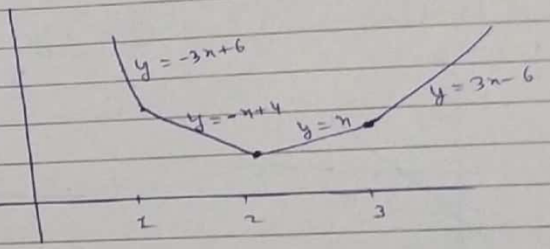
- $3x-6$: $x \geq 3$
- x : $2 \leq x < 3$
- $-3x+4$: $1 \leq x < 2$
- $-3x+6$: $x < 1$

Teacher's Singnature .....

Date : __/__/____

MON TUE WED THU FRI SAT SUN

Subject _____



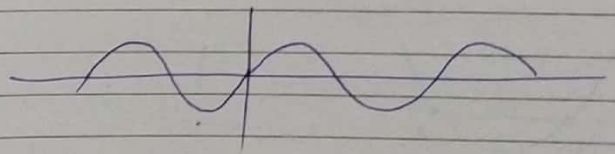
Ex!- $\int_{-2}^{3} |x|\,dx$

$= \int_{-2}^{0} (-x)\,dx + \int_{0}^{3} x\,dx$

~~☆☆~~ $y = f(x)$ की सहायता से $y = |f(x)|$ का ग्राफ बनाना :-

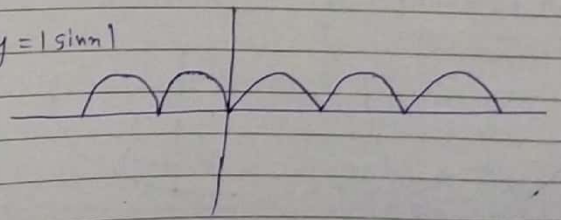
① $y = |\sin x|$

draw $y = \sin x$



⇒ x-अक्ष के नीचे के ग्राफ का x-अक्ष में प्रतिबिम्ब लेना है।

∴ $y = |\sin x|$



Teacher's Singnature .....

Scanned with CamScanner

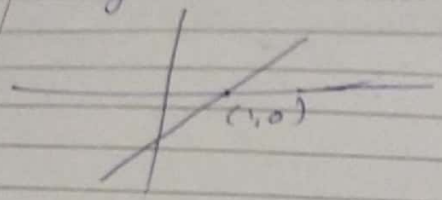
Date : / /

Subject

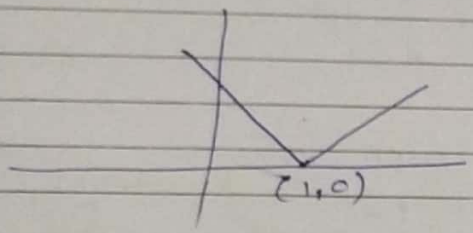
MON TUE WED THU FRI SAT SUN

(2) $y = |x-1|$

$y = x-1$

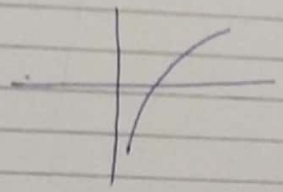


$\therefore y = |x-1|$

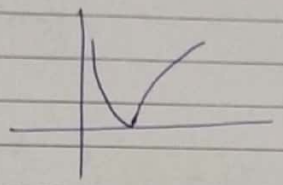


(3) $y = |\ln x|$

$y = \ln x$

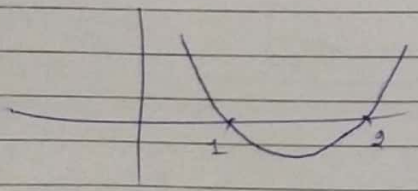


$y = |\ln x|$

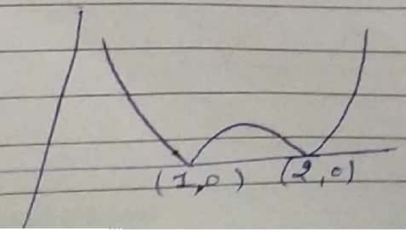


$y = |(x-2)(x-1)|$

$y = (x-2)(x-1)$

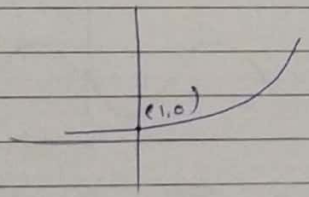


$y = |(x-2)(x-1)|$

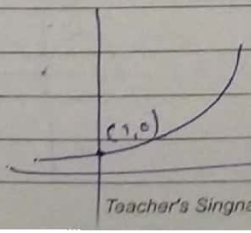


(5) $y = |e^x|$

$y = e^x$



$y = |e^x|$



Teacher's Singnature .....

Date : / /

Subject

MON TUE WED THU FRI SAT SUN

(8) सिग्नम फलन (Signum function) :-

$f(x) = sgn(x)$

$\rightarrow f(x) = sgn(x) = \begin{cases} 1 & : x > 0 \\ 0 & : x = 0 \\ -1 & : x < 0 \end{cases}$

$\Rightarrow sgn(x) = \begin{cases} \frac{|x|}{x} & : x \neq 0 \\ 0 & : x = 0 \end{cases}$

$\rightarrow sgn(x) = \begin{cases} \frac{x}{|x|} & : x \neq 0 \\ 0 & : x = 0 \end{cases}$

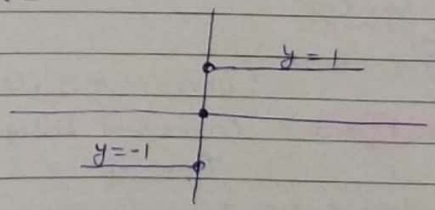
Ex:- $sgn(100) = 1$

$sgn\left(\sin\frac{3\pi}{2}\right) = -1$

$sgn(\pi) = 1$

$sgn\left(\cos\frac{\pi}{2}\right) = 0$

Graph :-



प्रान्त = R

परिसर = {-1, 0, 1}

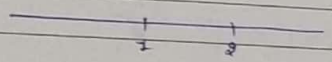
Teacher's Singnature .....

Scanned with CamScanner

1) $y = \operatorname{sgn}(x-2)$

$$y = \begin{cases} 1 & : x > 2 \\ 0 & : x = 2 \\ -1 & : x < 2 \end{cases}$$

2) $y = \operatorname{sgn}(x-1) + \operatorname{sgn}(\operatorname{sgn}(x-2))x^2$



$$y = \begin{cases} 1 + 1(x^2) & : x > 2 \\ 1 + 0(x^2) & : x = 2 \\ 1 + (-1)x^2 & : 1 < x < 2 \\ 0 + (-1)x^2 & : x = 1 \\ -1 + (-1)x^2 & : x < 1 \end{cases}$$

✱ Property :-

① $\operatorname{sgn}(\operatorname{sgn}(x)) = \operatorname{sgn}(x)$

② $|x| = x \cdot \operatorname{sgn}(x)$

③ $x = |x| \cdot \operatorname{sgn}(x)$

✱✱ ⑨ महत्तम पूर्णांक फलन (Greatest Integer function) :-

$f(x) = [x]$

Greatest Integer of 'x' / G.I.F of 'x'

Box of 'x'

$[7.5] = [7 + .5] = 7$

$[10.3] = [10 + .3] = 10$

$[\pi] = 3$

Teacher's Singnature .....

Subject .....

Date : __/__/____

$[-7.5] = [-7 - .5] = -8$ ✗

$[-7.5] = [-8 + .5] = -8$ ✓

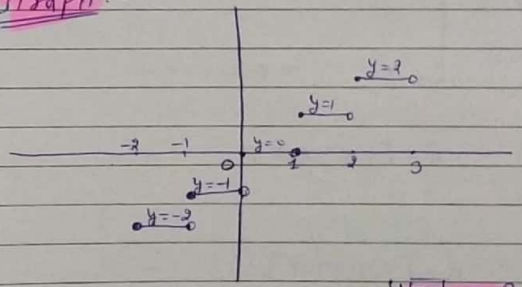
$[-10.3] = [-11 + .7] = -11$

$[-6.4] = -7$

$y = f(x) = [x]$

$$y = \begin{cases} \to 2 & : x \in [2,3) \\ \to 1 & : x \in [1,2) \\ \to 0 & : x \in [0,1) \\ \to -1 & : x \in [-1,0) \\ \to -2 & : x \in [-2,-1) \\ \vdots & \end{cases}$$

Graph :-



Step - function

परिसर = R

परिसर = I $\{\ldots -2, -1, 0, 1, \ldots\}$

✱✱ गुणधर्म (Property) :-

① $[x] = I$

$x \in [I, I+1)$

Ex :- $[x] = 4$

$x \in [4, 5)$

Teacher's Singnature .....

Scanned with CamScanner

Date : __/__/____

Subject _____

MON TUE WED THU FRI SAT SUN

2) $[x] = x \Rightarrow x$ = Integer (पूर्णांक)

*3) $x-1 < [x] \leq x$

4) $[x+y] \neq [x]+[y]$

eg. $[1.2+7.8] \neq [1.2]+[7.8]$

5) $[x+I] = [x]+I$

eg. $[2.3+4] = [2.3]+4$

$= 2+4 = 6$

$\Downarrow$

$= [6.3]$

$= 6$

6) $[x]+[-x] = \begin{cases} 0 & : x \in I \\ -1 & : x \neq I \end{cases}$

Q. 1. $y = [x] \; ; \; x \in [1.5, 1.9]$

Ans $y = 1$

2. $y = [x] \; ; \; x \in [1.2, 2.7]$

$y = \begin{cases} 1 & : x \in [1.2, 2) \\ 2 & : x \in [2, 2.7) \end{cases}$

③ $y = [2x] \; ; \; x \in [1.2, 1.8]$

Ans $y = [2x] \; ; \; 2x \in [2.4, 3.6]$

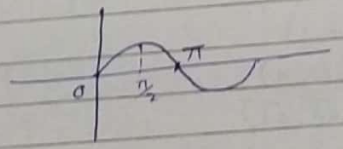
Subject _____

MON TUE WED THU FRI SAT SUN

$y = \begin{cases} 2 & : 2x \in [2.4, 3) \\ 3 & : 2x \in [3, 3.6) \end{cases}$

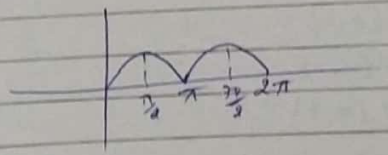
$y = \begin{cases} 2 & : x \in [1.2, 1.5) \\ 3 & : x \in [1.5, 1.8) \end{cases}$

④ $y = [\sin x] \; ; \; x \in [0, \pi]$



$y = \begin{cases} 0 & : x \in [0, \frac{\pi}{2}) \cup (\frac{\pi}{2}, \pi] \\ 1 & : x = \frac{\pi}{2} \end{cases}$

⑤ $y = [\sin^2 x] \; ; \; x \in [0, 2\pi]$



$y = \begin{cases} 0 & : x \in [0, \frac{\pi}{2}) \cup (\frac{\pi}{2}, \pi) \cup [\pi, \frac{3\pi}{2}) \cup (\frac{3\pi}{2}, 2\pi] \\ 1 & : x \in \{\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\} \end{cases}$

Teacher's Singnature _____

Scanned with CamScanner

Subject _____ Date : __/__/____

MON TUE WED THU FRI SAT SUN

(6) $y = [x^2]$; $x \in [0,2]$

Ans. $y = [x^2]$; $x^2 \in [0,4]$

$y =$
- $\to 0$: $x^2 \in [0,1)$
- $\to 1$: $x^2 \in [1,2)$
- $\to 2$: $x^2 \in [2,3)$
- $\to 3$: $x^2 \in [3,4)$
- $\to 4$: $x^2 = 4$

$y =$
- $\to 0$: $x \in [0,1)$
- $\to 1$: $x \in [1,\sqrt{2})$
- $\to 2$: $x \in [\sqrt{2},\sqrt{3})$
- $\to 3$: $x \in [\sqrt{3},2)$
- $\to 4$: $x \in \{2\}$

(7) $y = [\sqrt{x}]$: $x \in [0,3]$

Ans. $y = [\sqrt{x}]$: $\sqrt{x} \in [0,3]$

$y =$
- $\to 0$: $\sqrt{x} \in [0,1)$
- $\to 1$: $\sqrt{x} \in [1,2)$
- $\to 2$: $\sqrt{x} \in [2,3)$
- $\to 3$: $\sqrt{x} = 3$

$y =$
- $\to 0$: $x \in [0,1)$
- $\to 1$: $x \in [1,4)$
- $\to 2$: $x \in [4,9)$
- $\to 3$: $x \in \{9\}$

Subject _____ Date : __/__/____

MON TUE WED THU FRI SAT SUN

Q. (1) $[x] = 7$: $x \in [7,8)$ ∵ $[x] = I$, $x \in [I, I+1)$

(2) $[x] = -5$: $x \in [-5,-4)$

(3) $[x] = \frac{3}{5} = 0.6$: $x \in \phi$

(4) $[x] \geq 2$: $\therefore x \in [2,\infty)$; $[x] \geq I$, $x \geq I$

(5) $[x] \geq -3$: $\therefore x \in [-3,\infty)$

(6) $[x] > 5$: $\therefore x \in [6,\infty)$

(7) $[x] \leq 5$: $\therefore x \in (-\infty, 6)$; $[x] \leq I$, $x < I+1$

(8) $[x] < 5$: $\therefore x \in (-\infty, 5)$

(9) $[x] \geq 2.5$: $\therefore x \in [3,\infty)$

(10) $[x] < -4.3$: $x \in (-\infty, -4)$ ⇓ or $[x] \leq -5$, $x \leq -5+1$, $x < -4$

(11) $5 \leq [x] < 10$

$5 \leq [x]$: $[x] \geq 5$: $x \in [5,\infty)$

$[x] < 10$: $x \in (-\infty, 10)$

$\therefore x \in [5,10)$

Scanned with CamScanner