

Q-6. If $A = \begin{bmatrix} 3 & -5 \\ -4 & 2 \end{bmatrix}$, then find $A^2 - 5A - 14I$. Hence, obtain A^3 .

Soln. We have, $A = \begin{bmatrix} 3 & -5 \\ -4 & 2 \end{bmatrix}$

$$\therefore A^2 = A \cdot A = \begin{bmatrix} 3 & -5 \\ -4 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & -5 \\ -4 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 29 & -25 \\ -20 & 24 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} \therefore A^2 - 5A - 14I &= \begin{bmatrix} 29 & -25 \\ -20 & 24 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 15 & -25 \\ -20 & 10 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 14 & 0 \\ 0 & 14 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Now, $A^2 - 5A - 14I = 0$
 $A \cdot A^2 - 5A \cdot A = 14AI = 0$
 $A^3 - 5A^2 - 14A = 0$
 $A^3 = 5A^2 + 14A$

$$= 5 \begin{bmatrix} 29 & -25 \\ -20 & 24 \end{bmatrix} + 14 \begin{bmatrix} 3 & -5 \\ -4 & -2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 145 & -125 \\ -100 & 120 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 42 & -70 \\ -56 & 28 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 187 & -195 \\ -156 & 148 \end{bmatrix}$$